

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ  
UNIOESTE  
CAMPUS DE FRANCISCO BELTRÃO  
CURSO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS**

**IDENTIFICAÇÃO DA AUTOSSIMILARIDADE FRACTAL NA VARIAÇÃO DO  
ÍNDICE IBOVESPA UTILIZANDO-SE DAS ONDAS DE ELLIOTT**

**CLEDSO LODI**

**FRANCISCO BELTRÃO-PR  
2016**

**CLEDSO LODI**

**IDENTIFICAÇÃO DA AUTOSSIMILARIDADE FRACTAL NA VARIAÇÃO DO  
ÍNDICE IBOVESPA UTILIZANDO-SE DAS ONDAS DE ELLIOTT**

Monografia apresentada ao Curso de Ciências Econômicas, requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas, da UNIOESTE - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus Francisco Beltrão*.

Orientador.  
Prof. Me. Franklin Angelo Krukoski

**FRANCISCO BELTRÃO-PR  
2016**

**CLEDSON LODI**

**IDENTIFICAÇÃO DA AUTOSSIMILARIDADE FRACTAL NA VARIAÇÃO DO  
ÍNDICE IBOVESPA UTILIZANDO-SE DAS ONDAS DE ELLIOTT**

***APROVADA em 01 de Dezembro de 2016***

---

Prof. Me. Franklin Angelo Krukoski  
Orientador

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Me. Edson Santos Melo

---

Prof. Me. Franklin Angelo Krukoski

---

Prof. Dr. Marcelo Lopes de Moraes

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha família, meus pais e irmãos, em especial a minha esposa Liziane e meu filho Pedro, que, por mais difícil que fosse, me deram o suporte necessário durante o período em que estive ausente, ao longo dos cinco anos de dedicação ao curso de Ciências Econômicas.

Agradeço aos professores e colegas que estiveram junto comigo ao longo desta jornada, que Deus lhes reserve a plenitude dos sonhos e do sucesso em suas vidas.

Em especial, agradeço a Olisses Francisco Machado, que me apresentou e me fez despertar o interesse pela bolsa de valores, razão pela qual enfrentei novamente um vestibular, levando-me a retornar, ao tão aprazível, ambiente universitário.

"A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original"

(Albert Einstein)

## RESUMO

A busca por modelos que tentem representar contextos e cenários do mundo financeiro e econômico de modo mais próximo a realidade é tema de pesquisa de diversos autores. Muitos dos modelos conhecidos representam apenas condições parciais ou dependem de inúmeras considerações para serem aplicados. A complexidade destes cenários, que não podem ser explicados por modelos convencionais, deram origem a novos métodos de análise, novas abordagens e, até mesmo, novas teorias, que questionam inclusive, alguns dos postulados mais importantes da moderna teoria econômica, entre estas novas teorias, destacam-se a Teoria do Caos e Fractais, decorrentes de ramos da física. A geometria Fractal, desenvolvida por Mandelbrot, permitiu o avanço do estudo na área de finanças, criando correlações entre os movimentos identificados em séries temporais com os fractais. Por outro lado, a Teoria do Caos, evidenciada por Edward Lorenz nos anos 1960, permitiu a análise de sistemas até então considerados caóticos. Este trabalho aplicou essas novas teorias no mercado financeiro, mais especificamente, na busca pela identificação da autossimilaridade fractal nos movimentos do índice Ibovespa, principal índice operado pela bolsa de valores brasileira BM&FBOVESPA. Para busca de padrões, utilizou-se a teoria das Ondas de Elliott, que se apóia em padrões identificados na natureza, e refletem no plano cartesiano a reação das massas envolvidas nas operações de ativos e índices do mercado financeiro. A aplicação de um algoritmo computacional para detecção das Ondas de Elliott é proposta como forma de cumprir o objetivo principal deste estudo. Que apresentou como resultado, após a análise e identificação de ciclos das Ondas de Elliott mensais e diários, evidências da ocorrência da autossimilaridade fractal no índice Ibovespa.

Palavras-chave: Fractais; Teoria do Caos, Ondas de Elliott, Ibovespa; Autossimilaridade

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	7
<b>1.2 Problema .....</b>	8
<b>1.3 Hipótese .....</b>	8
<b>1.4 Objetivos .....</b>	8
<b>1.4.1 Objetivo Geral .....</b>	8
<b>1.4.2 Objetivos Específicos .....</b>	8
<b>1.5 Justificativa .....</b>	9
<b>2 OS PRIMEIROS ESTUDOS SOBRE A ALEATORIEDADE EM FINANÇAS .....</b>	10
<b>2.1 O Movimento Browniano .....</b>	10
<b>2.2 Random Walk, o Passeio Aleatório .....</b>	11
<b>2.3 O modelo de Black &amp;Scholes .....</b>	13
<b>3 O SURGIMENTO DE NOVAS TEORIAS : CAOS E FRACTAIS .....</b>	14
<b>3.1 Existe ordem no Caos ? .....</b>	14
<b>3.1.1 O Atrator Estranho de Lorenz .....</b>	15
<b>3.2 Estruturas Fractais .....</b>	17
<b>3.2.1 Autossimilaridade .....</b>	19
<b>3.2.2 Complexidade Infinita .....</b>	20
<b>3.2.3 Dimensão Fractal .....</b>	20
<b>4 A MATEMÁTICA DA NATUREZA: FIBONACCI E AS ONDAS DE ELLIOTT .....</b>	23
<b>4.1 A Sequência de Fibonacci .....</b>	23
<b>4.2 O número do ouro, retângulo áureo e a espiral .....</b>	24
<b>4.3 Expansões de Fibonacci .....</b>	25
<b>4.3 Fibonacci na natureza .....</b>	25
<b>4.4 As Ondas de Elliott .....</b>	27
<b>5 BOLSA DE VALORES E A HIPÓTESE DOS MERCADOS EFICIENTES .....</b>	30
<b>5.1 A bolsa de valores - BMF&amp;BOVESPA .....</b>	30
<b>5.2 O índice BOVESPA (Ibovespa) .....</b>	31
<b>5.3 Hipótese dos Mercados Eficientes .....</b>	32
<b>5.3.1 Críticas a Hipótese dos Mercados Eficientes .....</b>	33
<b>6 REVISÃO DE LITERATURA .....</b>	35
<b>7 METODOLOGIA .....</b>	38
<b>7.1 Origem dos dados .....</b>	38
<b>7.2 Exibição dos dados .....</b>	39
<b>7.3 Identificação das Ondas de Elliott .....</b>	40

<b>7.4 Identificação e definição dos períodos para análise .....</b>	<b>43</b>
<b>8 RESULTADOS .....</b>	<b>44</b>
<b>8.1 Análise da variação diária do primeiro ciclo mensal .....</b>	<b>45</b>
<b>8.2 Análise da variação diária do segundo ciclo mensal .....</b>	<b>47</b>
<b>8.3 Análise da variação diária do terceiro ciclo mensal .....</b>	<b>49</b>
<b>8.3 Análise da variação diária do quarto ciclo mensal .....</b>	<b>51</b>
<b>8.3 Análise da variação diária do quinto ciclo mensal .....</b>	<b>53</b>
<b>8 CONCLUSÃO .....</b>	<b>57</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>58</b>
<b>APÊNDICE A – Gráfico de candles mensal de Maio de 1993 a Janeiro de 2017.....</b>	<b>64</b>
<b>APÊNDICE B – Script de detecção das Ondas de Elliott mensais .....</b>	<b>65</b>
<b>APÊNDICE C – Script de detecção das Ondas de Elliott diárias .....</b>	<b>66</b>
<b>APÊNDICE D – Classe PHP para identificação das Ondas de Elliott .....</b>	<b>67</b>

## 1 INTRODUÇÃO

“Nuvens não são esferas, montanhas não são cones, continentes não são círculos, o som do latido não é contínuo e nem o raio viaja em linha reta”. Esta foi a forma encontrada por Mandelbrot (1983, p.1), em seu livro *The Fractal Geometry of Nature*, para expor que os modelos em geral, que tentam representar a realidade, não tratam suficientemente a complexidade observada nos cenários do mundo real. Em seu trabalho Mandelbrot provou a existência dos Fractais, formas correspondentes a estruturas matemáticas que se repetem infinitamente quando vistas em escalas cada vez menores – a chamada autossimilaridade fractal. Mandelbrot percebeu a possibilidade de modelar o mercado financeiro através de sua descoberta.

A busca por um modelo que possa antever com precisão os movimentos do mercado financeiro remonta a 1900, com o trabalho pioneiro de Louis Bachelier, em que abordara o passeio aleatório dos preços. Posteriormente, em 1973, Fischer Black e Myler Scholes apresentaram um modelo analítico que possibilitaria a determinação do “preço justo” para o mercado de opções.

A partir da década de 1990, novos modelos baseados na teoria dos Fractais, juntamente com novas teorias, entre elas a do Caos, passaram a ganhar espaço na análise do mercado financeiro, justamente por considerarem a complexidade dos agentes envolvidos em cada contexto. Estes modelos apontam para uma nova direção na análise das variações de preços de ativos financeiros, questionando, inclusive, os tradicionais conceitos da hipótese dos mercados eficientes e da normalidade na distribuição de preços, defendida, principalmente, por Bachelier e Black & Scholes.

Segundo Mandelbrot e Hudson (2004), as teorias tradicionais de finanças falham ao capturar as singularidades presentes em séries temporais representativas do sistema financeiro. De acordo com Jin e Frechette (2002), as variáveis econômicas são frequentemente guiadas por processos dinâmicos e não-lineares, que podem gerar relações de dependência de longo prazo e padrões cíclicos não-periódicos, levando a mudanças bruscas de tendências. Tal comportamento não pode ser previsto eficientemente pelos modelos convencionais.

Busca-se, neste trabalho, a evidenciação da autossimilaridade fractal nos movimentos do índice Ibovespa, principal índice operado pela bolsa de valores brasileira BM&FBOVESPA. Como padrão de análise, utiliza-se a teoria das Ondas de Elliott, descoberta por Ralph Nelson Elliott no final da década de 1920. Elliott percebeu que o mercado se movimenta em ondas, com ciclos repetitivos, obedecendo padrões similares a harmonia encontrada na natureza. Os ciclos identificados por Elliott refletem o movimento das massas, representando as emoções humanas e não tem por objetivo a previsão de

variações de ativos financeiros, mas sim, servem como uma ferramenta para análise detalhada do comportamento do mercado. Elliott indicou que informações significativas afetam as decisões dos investidores, influenciando o mercado, o que gera novas informações significativas. Este processo leva a criação de uma corrente de causas comportamentais destes indivíduos.

Considerando os diferentes perfis dos investidores, que podem atuar no mercado financeiro, tanto no curto quanto no longo prazo, espera-se, neste estudo, que a autossimilaridade fractal possa ser identificada a partir da teoria de Elliott, aplicando-se o mesmo padrão de análise para o índice Ibovespa, em escalas de tempo diferentes.

## 1.2 Problema

É possível identificar a autossimilaridade fractal no movimento do índice Ibovespa utilizando a Teoria das Ondas de Elliott ?

## 1.3 Hipótese

A utilização das Ondas de Elliott permite evidenciar a ocorrência da chamada autossimilaridade fractal nos movimentos do índice Ibovespa, operado pela BM&FBOVESPA.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo evidenciar a ocorrência da autossimilaridade fractal, com utilização das Ondas de Elliott, nos movimentos do índice Ibovespa, principal índice operado na BM&FBOVESPA.

### 1.4.2 Objetivos Específicos

- i) Apresentar um algoritmo de detecção das Ondas de Elliott;
- ii) Identificar e interpretar a ocorrência das Ondas de Elliott em gráficos com intervalos mensal e diário;
- iii) Identificar, perante os resultados, evidências da ocorrência da autossimilaridade fractal nos movimentos do índice Ibovespa.

## 1.5 Justificativa

O sistema econômico, e, principalmente, o mercado financeiro, tem se mostrado extremamente dinâmico, tal dinâmica nem sempre pode ser explicada exclusivamente por teorias matemáticas ou cálculos lineares.

A física, através de teorias e conceitos que abordam movimentos dinâmicos, entre eles a Teoria do Caos e Fractais, apresenta-se como uma alternativa plausível e aplicável no ramo econômico, de forma a tratar situações não cobertas pelas demais teorias, esta junção entre o campo econômico e ramos da física é designada como Econofísica<sup>1</sup>.

É com o intuito de demonstrar tal relação que este trabalho é realizado, fornecendo assim um novo caminho e alternativa para a análise e estudo do comportamento dos mercados. Este estudo também se justificativa no campo acadêmico, tendo em vista o pequeno número de publicações sobre o tema, principalmente no que tange a identificação da autossimilaridade fractal no mercado financeiro. A elaboração deste estudo visa ampliar o conhecimento nesta nova área, de forma a auxiliar e incentivar o aprofundamento deste assunto em trabalhos futuros.

---

<sup>1</sup> Apresentado pela primeira vez em 1994, e endossado no livro *Introduction to Econophysics*, escrito por Mantegna e Eugene-Stanley em 1999. O termo sugere que existe uma abordagem física para a economia, ou até mesmo que a economia seria uma área multidisciplinar da física, assim como ocorre em áreas como biofísica, geofísica e astrofísica (RIBEIRO, B. R. **EconoFísica**, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Disponível em <[http://www.if.ufrj.br/~pef/aulas\\_seminarios/seminarios/2012\\_1\\_8\\_byrro.pdf](http://www.if.ufrj.br/~pef/aulas_seminarios/seminarios/2012_1_8_byrro.pdf)> Acesso em 27 de Novembro de 2016.).

## 2 OS PRIMEIROS ESTUDOS SOBRE A ALEATORIEDADE EM FINANÇAS

Este capítulo faz um breve levantamento histórico a respeito dos principais autores e suas contribuições no que tange a relação entre a física e as abordagens do movimento aleatório bem como suas aplicações no mercado financeiro.

### 2.1 O Movimento Browniano

Em 1827, Robert Brown, ao utilizar um microscópio para realizar estudos sobre o movimento irregular de partículas, percebeu pequenos grãos de pólen suspensos na água, e que estes executavam um movimento agitado e irregular. Brown observou também que este comportamento era igualmente identificado para partículas inorgânicas, inanimadas, logo, este movimento não poderia ser atribuído a sistemas vivos, mas sim a partículas sofrendo choques de outras partículas ainda menores, que compõem o fluido ao qual estão imersas. Anos mais tarde, este movimento passou a ser conhecido como movimento Browniano.

A teoria do Movimento Browniano ganhou importância, quando, em 1905, ao fazer uso da Teoria Cinética dos Gases, Albert Einstein explicou matematicamente os movimentos observados por Brown. Salinas (2005, p. 265) cita as considerações de Einstein a respeito das suas observações sobre o Movimento Browniano:

corpos de tamanho visível ao microscópio, e que estão em suspensão em líquido, devem executar, como consequência dos movimentos térmicos moleculares, movimentos de tal magnitude que pode ser facilmente observáveis com a utilização de um microscópio. É possível que os movimentos a serem aqui discutidos sejam idênticos ao assim chamado "movimento molecular browniano"; entretanto, os dados que tenho disponíveis sobre este último são tão imprecisos que eu não poderia formar uma opinião a respeito.

Einstein deduziu uma equação capaz de medir o valor médio do deslocamento ( $\lambda_x$ ) de partículas (pequenas esferas de raio  $P$ ) na direção do eixo  $x$  no tempo  $t$ .

$$\lambda_x = \sqrt{t} \sqrt{\frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi kP}} \quad (1)$$

Onde  $R$  é a constante universal dos gases,  $T$  a temperatura absoluta,  $N$  é o numero de Avogadro<sup>2</sup> e  $k$  a viscosidade do líquido.

De acordo com Salinas (2005), ao elaborar a equação, Einstein identificou uma conexão com o problema do passeio aleatório em uma dimensão (abordado no decorrer

<sup>2</sup> É uma constante física fundamental, com valor de  $6,02 \times 10^{23}$ , também conhecida como Constante de Avogadro. É um número padrão para representar um Mol de quaisquer entidades elementares de átomos, moléculas, íons e elétrons (LEVADA, M. M. O., BERETTA, A. L. R. Z., LEVADA, C. L. **O Ano Internacional da Química e a Hipótese de Avogadro**. Disponível em <[http://www.facos.edu.br/old/revistas/trajetoria\\_multicursos/julho2011/Resumos/O\\_Ano\\_Internacional\\_da\\_Quimica\\_e\\_a\\_hipotese\\_de\\_Avogadro.pdf](http://www.facos.edu.br/old/revistas/trajetoria_multicursos/julho2011/Resumos/O_Ano_Internacional_da_Quimica_e_a_hipotese_de_Avogadro.pdf)> Acesso em 26 de Novembro de 2016.).

deste trabalho), e relacionou este a uma função gaussiana<sup>3</sup>. O trabalho de Einstein, particularmente nos estudos dos problemas de biologia ou da física da matéria mole, deram vida nova às aplicações da teoria do movimento browniano.

## 2.2 Random Walk, o Passeio Aleatório

Louis Bachelier, em 1900, analisou o comportamento dos preços dos títulos públicos na bolsa de Paris fazendo uma analogia com o movimento de uma partícula em um fluido. Bachelier se apoiou na matemática das probabilidades criada por Jakob Bernoulli, em 1705, que defendia a ideia da “lei dos grandes números”, que garante que para um número muito grande de testes, todas as distribuições convergem para a curva normal gaussiana ou a curva de sino, conforme mostrado na Figura 1.

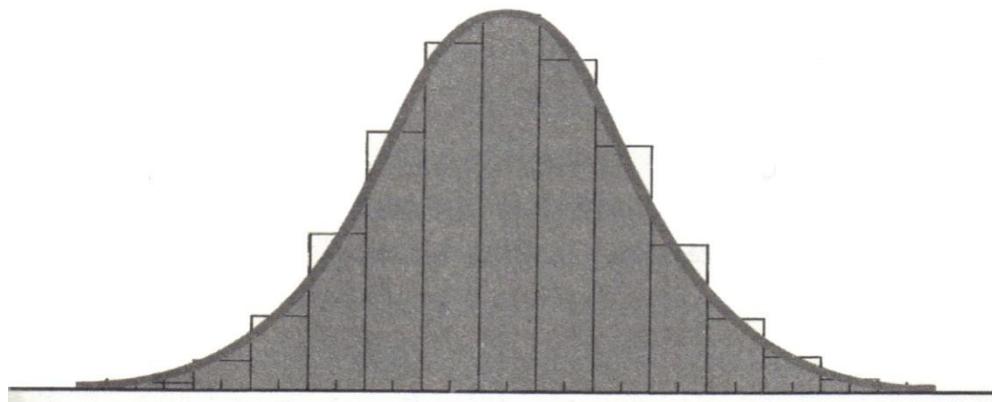


Figura 1. Curva normal gaussiana ou curva de sino  
Fonte: Mandelbrot (1997, p. 35)

Bachelier foi pioneiro na tentativa de ligar o mundo das Ciências Exatas com o das Ciências Sociais, sendo o primeiro a tratar o mercado financeiro como um jogo. Seu orientador era o mais famoso matemático da França, Henri Poincaré. Bachelier desenvolveu então a primeira especificação matemática para o movimento das partículas relatado por Brown e utilizou-a como um modelo para descrever também o movimento dos preços dos ativos analisados (WIERSEMA, 2008).

A inspiração de Bachelier não foi proveniente do movimento browniano em si, mas sim das flutuações de preços igualmente aleatórias, dos títulos operados na bolsa de valores – a chamada *random walk* (passeio aleatório). A teoria *random walk* afirma que não é possível prever o futuro com base nos dados do passado, isso significa que o fato do

<sup>3</sup> Existem dois tipos básicos de distribuição dos dados: Normal ou Anormal, também conhecida como distribuição livre. A distribuição normal ou Gaussiana apresenta uma forma semelhante a uma curva em sino quando os dados contínuos estão dispostos em uma curva de distribuição. Neste tipo de distribuição os dados se concentram em torno de uma média e se dispersam simetricamente a partir de um ponto central (NORMANDO et al., 2010).

preço da ação ter aumentado hoje, ontem, ou em outros dias, que esse preço também irá aumentar amanhã, pois o mercado funciona de maneira irracional, portanto, o preço de uma ação seria imprevisível.

De acordo com Napolitano (2011), Bachelier indicou que, para entender o modelo proposto, é necessário estudar o comportamento aleatório em uma única dimensão, considerando-o como um movimento contínuo, definindo, desta forma, o movimento Browniano unidimensional. Porém, o modelo possui algumas características indesejáveis, como por exemplo, a possibilidade de que um ativo ou ação possa assumir valores negativos, o que não seria possível. Imagina-se que ao adquirir um lote de ações de determinada empresa, esta venha a endividar-se, fazendo com que o valor das ações compradas chegue a zero, mas nunca abaixo deste, desta forma não caberia aos portadores da ação assumirem a dívida da empresa, o que é chamado de responsabilidade limitada, por parte do dono da companhia.

Bachelier defendeu sua tese *Théorie de la spéculation* em 29 de março de 1900, porém, obteve notas muito ruins de seus avaliadores. Seu trabalho ficou esquecido por anos na Universidade de Paris, quando, em 1955, Paul Samuelson resgatou seu trabalho e o adaptou ao mercado, introduzindo a probabilidade, estatística das estimativas e a matemática para o mercado financeiro.

Com a publicação de Samuelson (1965), a linha de pesquisa em economia passa a adotar o pressuposto de que os ativos seguem um movimento do tipo *random walk* - quando da análise em tempo discreto, e do Movimento Browniano - quando da análise em tempo contínuo. Deste modo, a hipótese de *random walk* ou do movimento Browniano são somente um dentre vários aspectos da Hipótese dos Mercados Eficientes, mas que, todavia, acaba sendo interpretada erroneamente como seu equivalente (LO E MACKINLAY, 1999).

Ao contrário do sugerido por Bachelier, Osborne (1959) encontrou evidências de que os preços das ações não seguiam uma distribuição normal, mas sim a taxa de retorno deste ativo (correspondente ao percentual médio de variação dos preços a cada instante) que seguia tal distribuição. Osborne identificou que os preços apresentavam propriedades próximas ao movimento das moléculas e que a relação destes com a taxa de retorno se dá de modo logarítmico. Aplicando os métodos da mecânica estatística aos mercados de ações, as observações de Osborne indicavam que os preços de uma ação deveriam apresentar uma distribuição log-normal<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup> É uma generalização da distribuição normal, tornada assimétrica por uma mudança da variável Y, por exemplo:  $Y = \ln X$ . Se uma variável aleatória Y tem distribuição normal, então diz-se que a variável X é log - normal. (GUIMARÃES, R. C. **Probabilidade e Estatística Aplicada À Hidrologia**. Departamento de Engenharia Rural, Universidade de Évora. Portugal. 2011)

### 2.3 O modelo de Black e Scholes

Era outono de 1969, na cidade de Belmont, em Massaschussets, quando Fisher Black, um analista financeiro de 31 anos se encontrou com Myron Scholes, 28 anos, professor assistente de finanças no Instituto Tecnológico de Massaschussets, que havia desenvolvido um modelo de precificação para títulos e outros ativos, era o início do desenvolvimento de um modelo que mudaria o rumo do mercado financeiro. Em 1973, Black e Scholes apresentaram o rascunho de um artigo que delineou um modelo analítico que possibilitaria a determinação do "preço justo" para o mercado de opções, que não eram largamente negociadas naquela época. Esse trabalho envolveu métodos de derivação para calcular como a taxa de desconto de títulos varia com o tempo e com o preço do ativo. A publicação, em 1973, do trabalho chamado *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, tornou-se a base de milhares de artigos e livros subsequentes sobre derivativos (RUBASH, 2001). DEVLIN (1997), em seu artigo *A Nobel Formula*, expõe que a ideia de que se poderia utilizar a matemática para especificar derivativos era tão impactante que Black e Scholes tiveram dificuldade em publicar seu artigo, mas que, por outro lado, o mercado foi menos incrédulo, sendo que seis meses após a publicação do trabalho de Black e Scholes, a Texas Instruments incorporava a nova fórmula em sua mais nova calculadora, assim como as companhias de seguro passaram a adotar a matemática como base do seu gerenciamento de risco.

De acordo com Hull (1996), algumas considerações são necessárias para a aplicação do modelo de Black e Scholes, entre elas, supõe-se que o comportamento da ação está relacionado a um modelo de distribuição log-normal com  $\mu$  (média) e  $\Theta$  (desvio padrão) constantes; deve-se considerar que não há incidência de custos operacionais ou impostos nas negociações; os dividendos das ações não são pagos durante a vida das opções; não há oportunidade de arbitragens sem risco; a negociação de títulos é contínua; os investidores podem captar ou emprestar à mesma taxa de juro livre de risco e; por fim, considera-se que a taxa de juro livre de risco de curto prazo,  $r$ , seja constante.

A dinâmica de variação dos preços ou retornos do ativo em estudo é representada por um modelo estocástico simples de movimentos de preços, o passeio aleatório. Segundo Hull (1996) esse processo, também denominado movimento browniano, é útil no modelo de apreçamento, pois assume o pressuposto de que o mercado reage imediatamente ao surgimento de uma nova informação.

### 3 O SURGIMENTO DE NOVAS TEORIAS: CAOS E FRACTAIS

Este capítulo apresenta as teorias do Caos e Fractais, abordando suas origens e aplicações, bem como a visão de diferentes autores a respeito do enquadramento e da evolução dos estudos dos sistemas complexos e como estes sistemas podem fornecer ferramental essencial para a análise da variação de ativos no mercado financeiro.

#### 3.1 Existe ordem no Caos?

À primeira vista o questionamento pode parecer estranho, principalmente se o embasamento se der nas definições de caos trazidas pelos mais diversos dicionários – caos remeterá a desordem. Mas, é possível haver ordem em meio ao caos? Foi em 1890, quando o francês Henri Poincaré fez uma analogia com o movimento dos fluídos de Isaac Newton, em que demonstrou que a expansão em séries previamente utilizadas no estudo do problema de três corpos eram convergentes, mas não uniformes, colocando em dúvida as provas de estabilidade de Lagrange e Laplace, que a pesquisa matemática do caos teve início. Poincaré (1890) se perguntava se os planetas continuariam em suas órbitas por tempos indefinidos ou se algum deles poderia sair de sua rota, se perdendo no espaço, ou ir de encontro ao sol. Mesmo não encontrando uma resposta para esta pergunta, Poincaré foi o precursor de um novo método de análise, a geometria da dinâmica. No trabalho, o autor ressalta que uma compreensão global do comportamento de todas as soluções de um sistema é mais importante do que o comportamento individual e local de soluções analíticas, o resultado se dá pela soma de todas as condições e situações ocorridas dentro do sistema (POINCARÉ, 1890). Foi esta visão que proporcionou o desenvolvimento da Teoria dos Sistemas Dinâmicos.

O trabalho de Poincaré despertou o interesse de outros cientistas, como o matemático russo Andrey Kolmogorov, que nos anos 1960 fez avanços básicos nas características irregulares da dinâmica e o americano Stephen Smale, que elaborou um modelo para classificar todos os casos típicos de comportamento dinâmico. Para Smale (1967) o caos pode ser considerado como um fenômeno natural, complementando outros fenômenos regulares e periódicos já estudados pela dinâmica clássica.

Mas é com Edward Lorenz (1917-2008), que a Teoria dos Sistemas Dinâmicos ganhou uma nova linha de estudo. De acordo com Marquezi (2008), Lorenz era meteorologista e matemático estadunidense, que trabalhava com previsões climáticas no Instituto Tecnológico de Massachusetts. Seu intuito era prever com maior antecedência e confiabilidade os eventos climáticos. Ainda de acordo com Marquezi (2008), no ano de 1961 Lorenz configurou seu computador para processar os dados climáticos a partir da inserção

de informações como temperatura, pressão atmosférica, entre outros parâmetros, saiu para tomar um café enquanto seu computador imprimia os resultados, e, ao retornar, percebeu que o computador, por uma limitação de memória, reduziu automaticamente o número de casas decimais dos parâmetros informados, que eram de seis, para três. Lorenz insistiu em refazer os cálculos com as seis casas, e para sua surpresa o resultado final foi totalmente diferente do original. Dois anos após o ocorrido, o matemático desenvolveu sua tese básica de que: "situações iniciais ligeiramente diferentes podem se desenvolver em situações consideravelmente diferentes" (LORENZ, 1963, p. 141). Surge então a Teoria do Caos, que remete ao fato de que pequenas variações nas condições iniciais podem levar a situações aparentemente caóticas. Porém, foi quando em 1972, Lorenz, ao proferir uma palestra no 139º Encontro da Associação Americana para o Progresso da Ciência, apresentando como título: "Previsibilidade: O bater de asas de uma borboleta no Brasil provoca um tornado no Texas?", que seu trabalho passou a ter reconhecimento mundial. Esta relação ficou conhecida como "efeito borboleta". A partir das comprovações de Lorenz, vários estudos, nas mais diversas áreas, entre elas, a economia, iniciaram o uso da Teoria do Caos como nova ferramenta de análise de problemas complexos, da mesma forma, muitas tem sido as definições para esta nova teoria.

Para Stewart (1988), caos é um comportamento dependente de outras variáveis, que ocorre num sistema pré-determinado. De acordo com sua descrição, muitas séries temporais de dados, inicialmente consideradas de comportamento aleatório, podem apresentar padrões determinísticos. Um dos aspectos fundamentais do caos é a sensibilidade a condições iniciais, ou seja, o resultado da previsão, para um sistema, é muito sensível ao estado inicial desse sistema.

Segundo Ruelle (1991) a Teoria do Caos pode ser definida como uma disciplina científica em pleno desenvolvimento, sem fronteiras definidas e que está direcionada ao estudo de sistemas complexos. Logo, o entendimento de caos está relacionado a três termos básicos: sistemas, não linearidade e complexidade. Por outro lado, Ceretta (2002) defendeu que caos é um fenômeno onde mecanismos dinâmicos, simples e determinísticos produzem efeitos ao longo do tempo tão complicados que o tornará imune frente à maioria dos testes de previsibilidade.

### 3.1.1 O Atrator Estranho de Lorenz

Apresentado por Lorenz (1963), um atrator estranho é um sistema não linear, tridimensional e determinístico que apresenta um comportamento caótico. Lorenz derivou equações simplificadas utilizadas para cálculos dos rolos de convecção que ocorrem nas equações da atmosfera, chegando a três equações polinomiais fundamentais.

$$dx/dt = \sigma(y - x) \quad (2)$$

$$dy/dt = x(\rho - z) - y \quad (3)$$

$$dz/dt = xy - \beta z \quad (4)$$

Em que:  $\sigma$  corresponde ao número de Prandt, com valor igual a 10;  $\rho$  corresponde ao número de Rayleigh (variável);  $\beta = 8/3$  e os termos  $x$ ,  $y$  e  $z$  representam o estado da atmosfera num espaço de três dimensões.

Ao aplicar os resultados das equações de Lorenz em um gráfico tridimensional, observasse o surgimento de um mapa caótico, que demonstra como o estado de um sistema dinâmico evolui ao longo do tempo, dentro de um padrão complexo, sem repetições, convergindo para algo que se chama atrator estranho. A forma gráfica resultante das equações de Lorenz é apresentada de modo que se assemelha ao de uma borboleta, conforme pode ser visto na Figura 2.

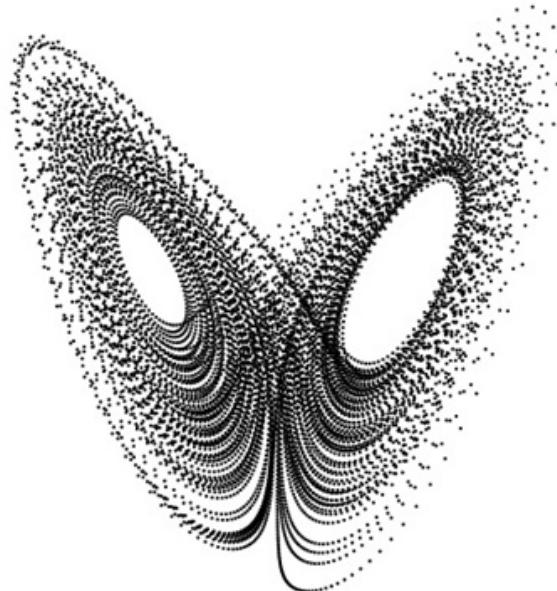


Figura 2. Atrator estranho de Lorenz

Fonte: Viana (2016)

Hopf (1952) e posteriormente Landau e Lifshitz (1969) sugeriram que a turbulência corresponde a existência de toros<sup>5</sup> invariantes de grande dimensão no espaço de configurações do fluído. Ruelle e Takens (1971) demonstraram que esse modelo não tem sustentação matemática. Em troca, propuseram que a turbulência deve corresponder a existência no espaço de configurações de algum "atrator estranho". E definiram um atrator como uma região do espaço de configurações que fica invariante quando o tempo passa e

<sup>5</sup> Um toro é uma superfície de revolução gerada pela rotação de um círculo em torno de uma reta, que pode ser descrito por duas coordenadas angulares. Ao se tratar de toros invariantes, estes se referem a um ou mais toros expostos na mesmas superfícies, de modo que as órbitas periódicas são, para todos os efeitos, circunferências semelhantes ou deformáveis. (LAGE, E. J. S. **Mecânica Avançada**. Porto: U. Porto Edições, p. 398. 2015.)

que atrai muitas (ou até todas as) configurações próximas. Ruelle e Takens não definiram "estranho" nem conheciam bons exemplos. De fato, o sistema de Lorenz era um exemplo espetacular dessa noção.

### 3.2 Estruturas Fractais

Ao observar a natureza, é comum deparar-se com formas assimétricas, extremamente complexas e de beleza infinita, tais como o oceano, trechos do litoral, flocos de neve, as árvores, uma nuvem ou uma montanha. Essas formações sempre representaram um desafio a matemática euclidiana, que não apresentava um ferramental capaz de provar as propriedades matemáticas destas formas, ou que para tal, necessitava de um grande número de equações. É com Benoit Mandelbrot, através do desenvolvimento da geometria fractal a partir da década de 1960, que esses desafios puderam ser superados. O termo *fractal*, criado em 1975 por Mandelbrot, remete ao termo latino *fractus*, que significa irregular ou quebrado. A definição matemática, elaborada por Mandelbrot (1983), diz que os fractais são objetos gerados pela repetição de um mesmo processo recursivo, apresentando autossemelhança e complexidade infinita.

De acordo com Mandelbrot (1983) nuvens não são esferas, montanhas não são cones, continentes não são círculos, o som do latido não é contínuo e nem o raio viaja em linha reta. Sua teoria permitiu que, não somente objetos ou fenômenos naturais fossem descritos como fractais, mas também séries temporais econômicas. Mandelbrot, através da geometria fractal, possibilitou o avanço do estudo na área de finanças, baseado na interpretação das séries temporais como sendo estruturas fractais. A partir das contribuições provenientes da teoria fractal, avança a perspectiva de que o sistema econômico é caracterizado como um sistema fora de equilíbrio, regido por processos dinâmicos, complexos e não lineares.

De acordo com Karas e Serra (1997, p.5), os fractais são figuras que possuem propriedades e características específicas, que os diferenciam das figuras geométricas habituais. Tais características podem ser expressas através da curva de Koch, elaborada, em 1904, pelo matemático alemão Helge von Koch. Parte-se de um segmento de reta AB com comprimento único, divide-se o segmento em 3 partes com o mesmo comprimento utilizando o terço médio como base para o desenho de um triângulo equilátero, apagando-se a base em seguida (HAYASHI, 2002). Repete-se o processo para cada segmento restante, obtendo-se um polígono de 16 lados, repetindo-se indefinidamente o processo para cada segmento resultante da operação anterior. A Figura 3 apresenta os cinco níveis iniciais da formação da Curva de Koch.

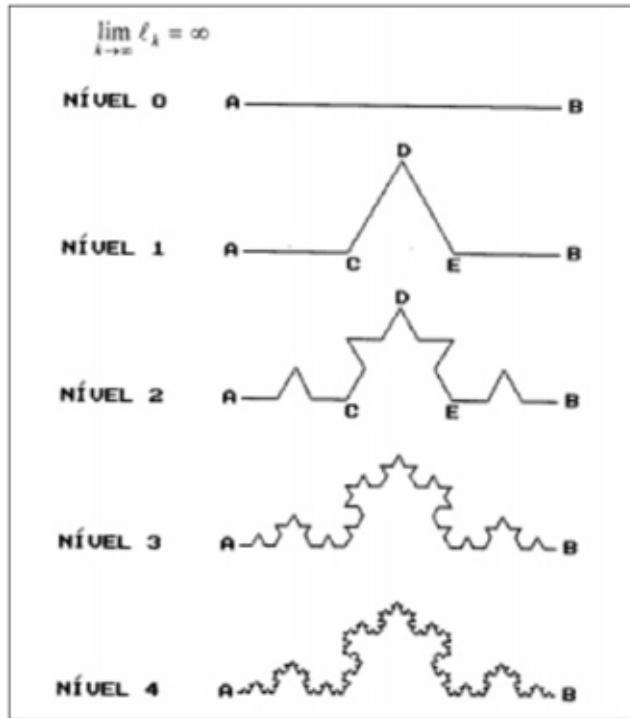


Figura 3. Os cinco primeiros níveis da curva de Koch  
Fonte: Karas (1997)

A curva de Koch, construída em uma fração delimitada do segmento, apresenta um grande comprimento, o que dá origem a uma interessante classe de fractais denominados flocos de neve, conforme pode ser visualizado na Figura 4. Observa-se que, embora o comprimento do contorno da figura tenda ao infinito, a área compreendida pelo contorno é finita, pois a área de cada figura nunca ultrapassará a área do círculo circunscrito ao triângulo original. Tem-se então a possibilidade da criação de fractais tridimensionais, que possuam área infinita, mas de volume finito. Essa característica também é observada no atrator estranho de Lorenz.

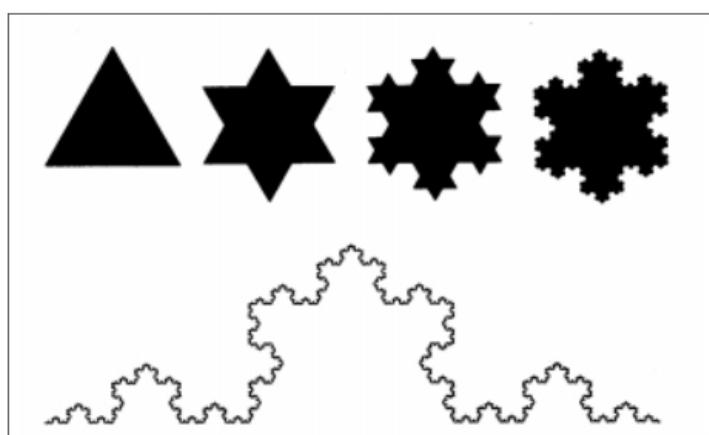


Figura 4. Flocos de neve da curva de Koch  
Fonte: Gleick (1990)

### 3.2.1 Autossimilaridade

Uma das principais características de uma estrutura fractal é a autossimilaridade, também conhecida como autossemelhança. Essa característica indica uma simetria através das escalas. Diz-se que um objeto possui autossimilaridade quando, alterando-se a escala de observação, este mantém o mesmo aspecto (MANDELBROT, 1983). Isso pode ser observado, por exemplo, em uma couve flor, apresentada na Figura 5.

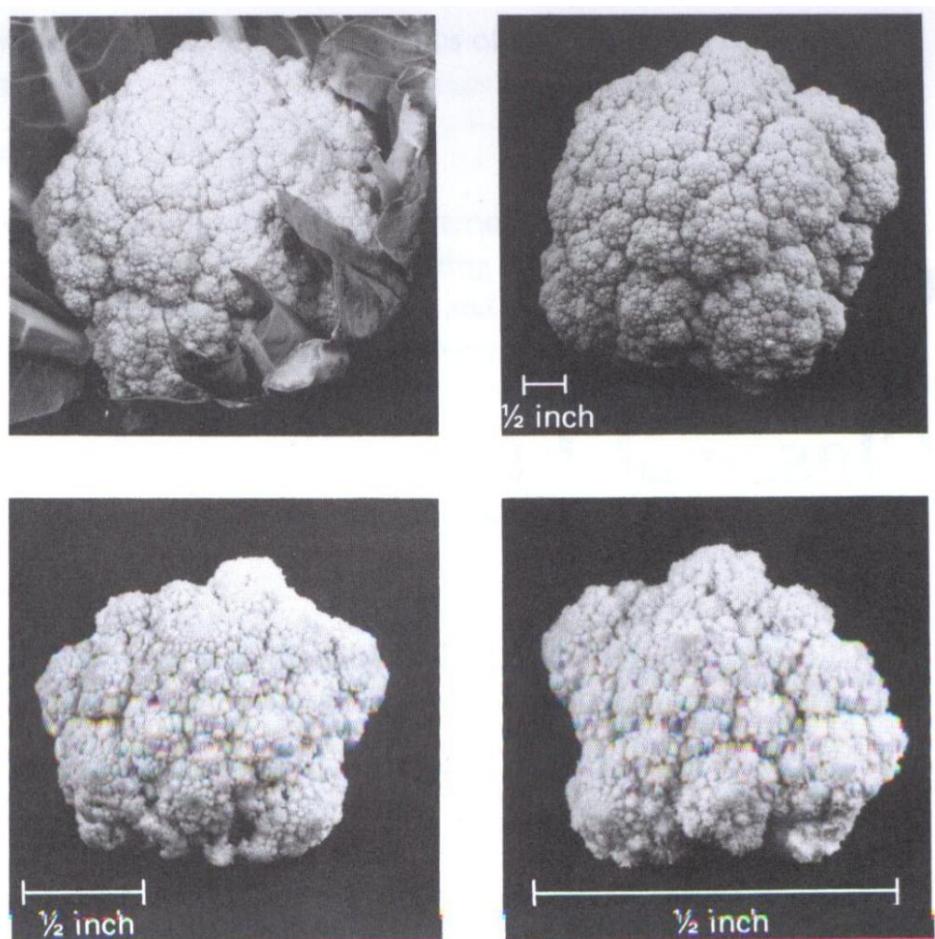


Figura 5. Autossimilaridade identificada em uma couve flor  
Fonte: Peitgen et al. (1992, p. 64); Hayashi (2002, p. 31)

De acordo com Peitgen et al. (1992, p.64-65), citado por Hayashi (2002, p.31):

a couve-flor não é um clássico fractal matemático, mas pode demonstrar muito bem o conceito de autossimilaridade. A cabeça da couve-flor contém ramificações ou partes, as quais quando removidas e comparadas com a couve inteira, são muito parecidas, porém menores. As partes podem ser decompostas em novas partes, as quais novamente parecem muito similares à couve inteira, assim como às suas primeiras subdivisões. Esta autossimilaridade transcorre até aproximadamente três ou quatro estágios de divisão. Após isso, as estruturas ficam muito pequenas para uma nova divisão. Numa idealização matemática, a propriedade da autossemelhança de um fractal pode continuar através de infinitos estágios. Isto nos leva a novos conceitos, como a dimensão fractal, que é também útil para o estudo de estruturas naturais que não possuem estes detalhes infinitos.

Outro exemplo clássico de autossimilaridade encontrado na natureza está nas árvores. Ao se ampliar apenas parte dos galhos, identifica-se grande similaridade com a árvore em si. A Figura 6 demonstra a autossimilaridade fractal encontrada nas árvores.



Figura 6. Autossimilaridade nos galhos de árvores.  
Fonte: Mathematics (2016)

### 3.2.2 Complexidade Infinita

Outra característica de um fractal é a sua complexidade infinita. É uma propriedade que significa que nunca será possível representá-los completamente, pois a quantidade de detalhes é infinita. Sempre existirão reentrâncias e saliências cada vez menores.

como figura, o fractal possui detalhes em partes tão pequenas como possamos imaginar. Entretanto, sua imagem na tela do computador está sujeita a um limite de detalhamento imposto pelo poder de resolução do vídeo. Ao se trabalhar com uma tela de resolução elevada, a imagem do fractal aparecerá com mais detalhes, mas jamais além do nível de detalhamento possibilitado pelo computador dotado dos mais poderosos recursos gráficos (HAYASHI, 2002, p.30).

### 3.2.3 Dimensão Fractal

Das características que definem um fractal, a mais importante é a sua dimensão, também conhecida como dimensão fracionária. Os fractais são formas complexas, que não podem ser medidos utilizando-se apenas a dimensão topológica (MANDELBROT, 1983). A dimensão fractal surge como uma alternativa a esta medição, já que pode assumir valores fracionários, obtendo-se o grau de complexidade de uma forma. Pode-se dizer que a dimensão fractal de um conjunto é um valor que remete ao quanto densamente um conjunto ocupa o espaço métrico em que está inserido.

Várias são as abordagens encontradas na literatura para se estimar a Dimensão Fractal de um objeto ou imagem, no entanto a grande maioria delas se baseia na Dimensão Hausdorff<sup>6</sup>. A vantagem de trabalhar com esta dimensão é que ela pode assumir qualquer valor real não negativo, o que permite atribuir medida de Hausdorff positiva a alguns conjuntos que possuem medida nula ou infinita para toda dimensão topológica inteira.

Para compreender a Dimensão Hausdorff, considere duas linhas, a primeira de comprimento  $L$  e a segunda de comprimento  $u$ , de modo que  $L > u$ . Sobrepondo a linha  $L$  com a linha  $u$  até que linha  $L$  esteja completamente coberta, temos um valor  $N = L/u$ , desta forma é possível utilizar a mesma analogia para um quadrado de lado  $L$ , obtendo-se a relação  $N = (L/u)^2$ , do mesmo modo, conforme pode ser visto na Figura 7, é possível expandir a análise para um cubo, obtendo  $N = (L/u)^3$ . Assim chega-se a uma relação do tipo  $N = (L/u)^d$ . Aplicando logaritmo real em ambos os lados da equação tem-se:

$$D = \left(\frac{L}{u}\right)^d \quad (5)$$

onde:  $D$  indica a dimensão do objeto,  $N$  representa o número de cópias que cada segmento ou região forma,  $L$  representa o tamanho inicial do segmento ou medida do lado da região estudada e  $u$  representa o tamanho de cada segmento da região em relação ao anterior.

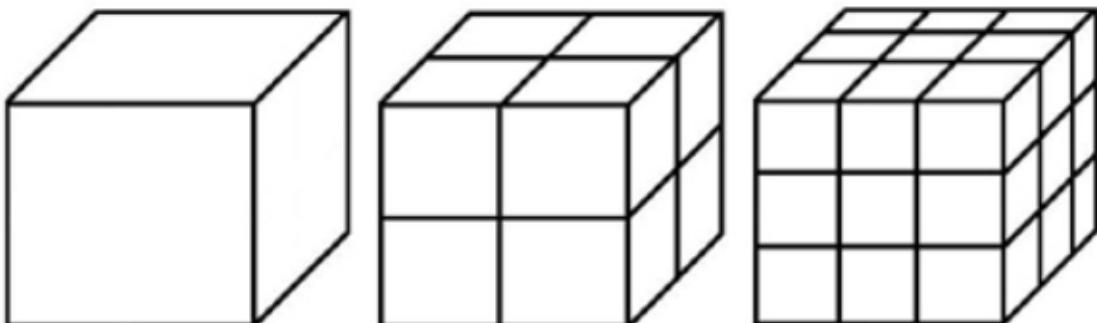


Figura 7. Cubos divididos em  $(L/u)^d$  partes.  
Fonte: Moreira (2013, p. 27)

Como exemplo de aplicação do cálculo para se obter a Dimensão Hausdorff, é utilizado o Floco de Neve de Koch, apresentado anteriormente na Figura 3. Após a primeira interação em cada lado do triângulo unitário, serão formados 4 novos segmentos,

<sup>6</sup> Na geometria fractal o conceito de dimensão está associado ao formato do objeto, que corresponde ao grau de irregularidade em diferentes escalas (aspereza e fragmentação), por este motivo estes objetos são ditos *imperfeitos*. O método de cálculo da dimensão de Hausdorff-Hesicovith permite calcular a dimensão de objetos perfeitos e de fractais naturais que, com o aumento da escala, apresentam partes que não são exatamente autosemelhantes a todo o conjunto fractal (SILVA, M. M; SOUZA, W. A. Dimensão Fractal. **Revista Eletrônica e Matemática**. Jataí, n. 2, p. 8, 2010. Disponível em < <http://matematicajatai.com/rematFiles/2-2010/dimfractal.pdf>>. Acesso em 28 de Novembro de 2016.).

correspondente a 1/3 do tamanho do segmento anterior, ou seja  $L=1$ ,  $u=1/3$ ,  $N=4$ , tendo assim a seguinte dimensão fractal para o Floco de Neve de Koch (HAYASHI, 2002; MOREIRA, 2013):

$$D = \frac{\log (4)}{\log \left(\frac{1}{\frac{1}{3}}\right)} = \frac{\log (4)}{\log (3)} \cong 1,262$$

Hayashi (2002) expõe que a Curva de Koch, devido a seu detalhamento, ocupa mais espaço que uma curva convencional, tendo portanto uma dimensão superior ao de uma unidade, mas não chega a ocupar tanto espaço quanto a faixa do plano que a contém, possuindo, consequentemente, uma dimensão menor que 2, o que resulta em uma dimensão fracionária, ou então, dimensão fractal.

## 4 A MATEMÁTICA DA NATUREZA: FIBONACCI E AS ONDAS DE ELLIOTT

Este capítulo apresenta a sequencia de Fibonacci e sua relação com a chamada proporção áurea, ou número do ouro, encontrada principalmente na natureza, e como esta relação influenciou Ralph Nelson Elliott a desenvolver a Teoria das Ondas de Elliott, que busca representar graficamente o reflexo do movimento das massas de investidores no mercado financeiro.

### 4.1 A Sequência de Fibonacci

Descrita ao final do século XII pelo italiano Leonardo Fibonacci, a sequência de Fibonacci é uma sucessão de números, que misteriosamente é encontrada em vários fenômenos da natureza. De acordo com Zahn (2011), Fibonacci chegou a esta sequência baseando-se no problema da reprodução dos coelhos:

um homem pôs um par de filhotes de coelhos num lugar cercado de muro por todos os lados. Quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir deste par no período de um ano se, supostamente, todo mês cada par dá a luz a um novo par, que é fértil a partir do segundo mês ? (ZAHN, 2011, p.5)

Zahn descreve o processo pelo qual Fibonacci chega a sequência, para tal ele simula a evolução da linhagem dos coelhos, conforme segue:

no primeiro mês, o casal inicial é filhote, temos, assim, um casal de coelhos. No segundo mês, temos ainda o mesmo casal de coelhos, mas já adultos e férteis. No terceiro mês, temos o casal acima e mais um casal de filhotes que é gerado por eles. Portanto, temos dois casais de coelhos. No quarto mês, temos o casal adulto inicial, mais o casal jovem do mês anterior, que já se torna fértil, e mais um novo casal do primeiro casal de adultos. Temos, portanto, três casais de coelhos. No quinto mês, temos o casal inicial de adultos, que produz um novo casal de filhotes, o segundo casal de adultos, que produz outro casal de filhotes e o casal de filhotes produzido no mês anterior, que se torna fértil. Temos, portanto, cinco casais de coelhos (dois casais de adultos mais três de filhotes). No sexto mês, teremos três casais de adultos que produzirão três casais de filhotes, mais dois casais de filhotes. Portanto, teremos oito casais de coelhos (três adultos mais cinco filhotes). No sétimo mês, teremos treze casais de coelhos (cinco adultos mais oito filhotes) (ZAHN, 2011, p. 6).

Partindo das observações de Fibonacci, percebe-se que a partir do terceiro mês, o número de casais de coelhos em determinado mês é exatamente igual à soma do número de casais dos dois meses anteriores. Deste modo, chega-se a uma sequência, onde cada elemento representa o número de casais de coelhos observados a cada mês. Isso levou Fibonacci a definir a seguinte sequência, conhecida como Sequência de Fibonacci: (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ...), onde os termos desta sequência são conhecidos como números de Fibonacci.

#### 4.2 O número do ouro, retângulo áureo e a espiral

Algo interessante a se ressaltar sobre a sequência de Fibonacci é que os termos da sequência estabelecem o chamado “número do ouro”, também conhecido como proporção áurea, representada pelo símbolo  $\varphi$  (phi) que possui o valor 1,618. É uma medida muito utilizada nas artes, na arquitetura e no design por ser considerada agradável aos olhos. Quanto mais se avança na sequência de Fibonacci, mais próximo deste valor é o resultado da divisão entre um termo e seu antecessor, conforme pode ser visto a seguir:

$$1/1 = 1, 2/1 = 2, 3/2 = 1,5, 5/3 = 1.666, 8/5 = 1.6 \dots 144/89 = 1.6179$$

De acordo com Zahn (2011), geometricamente, ao se criar um retângulo no qual a razão de suas dimensões obedecem a proporção áurea, diz-se que este é um retângulo áureo. A proporção de um retângulo áureo pode ser vista na Figura 8.

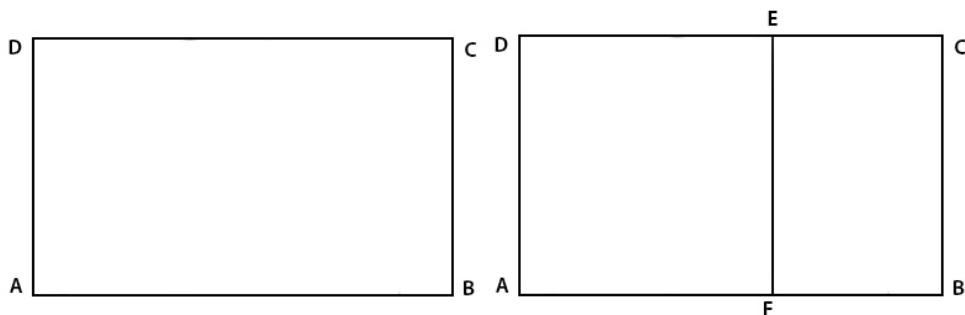


Figura 8. Proporções de um retângulo áureo  
Fonte: Zahn (2011, p.31)

Seja o retângulo ABCD um retângulo áureo, e, destacando-se o quadrado ADEF do segundo retângulo áureo acima, de modo a manter a proporção áurea, tem-se que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FB}} \quad (6)$$

Como  $\frac{\overline{EF}}{\overline{FB}} = \varphi$ , tem-se que o novo retângulo BCEF, interior ao primeiro, também é um retângulo áureo. Construindo um novo retângulo áureo, dentro do segundo retângulo BCEF, e a este outro retângulo, mantendo-se a proporção áurea num processo contínuo, chega-se a forma apresentada na Figura 9 (ZAHN, 2011).

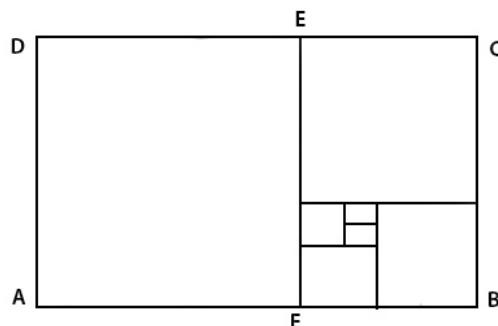


Figura 9. Construção de retângulos mantendo-se a proporção áurea  
Fonte: Zahn (2011, p.32)

A partir da obtenção do retângulo áureo, chega-se a espiral áurea ao desenhar o quarto de circunferência contido em cada quadro. A representação da espiral áurea pode ser visualizada na Figura 10.

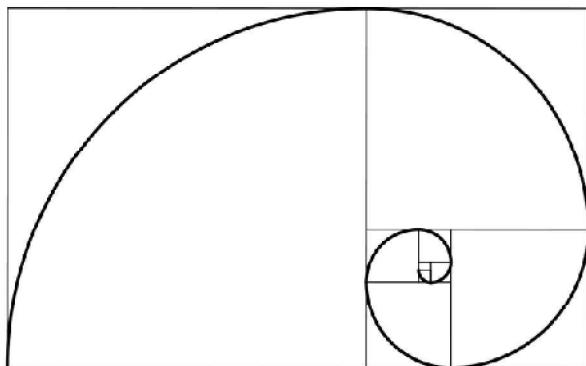


Figura 10. Espiral áurea formada a partir do retângulo áureo

Fonte: Zahn (2011, p.32)

O crescimento da espiral áurea, partindo-se, inicialmente, do menor quadro, segue a proporção  $\varphi$  (1,618), esta mesma proporção é encontrada em vários elementos da natureza, conforme exposto no decorrer deste trabalho.

### 4.3 Expansões de Fibonacci

Conforme apresentado anteriormente, a divisão de um dos termos da sequência de Fibonacci por seu antecessor leva, quanto maior o termo da sequência, a um valor próximo a 1,618 – a chamada proporção áurea ou número do ouro. Por outro lado, podemos encontrar as expansões de Fibonacci dividindo o primeiro termo por seu sucessor. Como exemplo,  $1/1 = 1$  ou 100%,  $1/2 = 0.5$  ou 50%,  $2/3 = 0,667$  ou 66,67%,  $3/5 = 0,6$  ou 60%,  $5/8 = 0,625$  ou 62,5% e assim por diante. Será percebido que o resultado desta divisão convergirá para 0,618 ou 61,8%.

Além dos valores citados, a expansão de 23,6% também é considerada. A obtenção desta expansão se dá dividindo um termo da sequência pelo termo três posições a frente, por exemplo:  $3/13 = 0,23$ ,  $5/21=0,23$ ,  $8/34 = 0,235$ , o resultado desta divisão convergirá para 0,236 quanto maiores os termos da sequência. As expansões de Fibonacci serão essenciais para a detecção das Ondas de Elliott, abordadas no decorrer deste trabalho.

### 4.3 Fibonacci na natureza

Não é raro encontrar os números de Fibonacci e a proporção áurea na natureza. Por exemplo, algumas plantas apresentam os números de Fibonacci no crescimento de seus

galhos, no qual um novo broto nasce a cada mês, e são necessários dois meses para que este novo broto gere outro. Tem-se, neste caso, a mesma correlação identificada por Fibonacci quando da experiência com os coelhos. Outras ocorrências são mais comuns, e de observação mais fácil. Zahn (2011) descreve que algumas plantas curiosamente possuem números de Fibonacci escondidos por trás de sua beleza. Geralmente as margaridas possuem 13, 21, 34, 55 ou 89 pétalas. A Figura 11 apresenta duas margaridas, à esquerda uma margarida com 13 pétalas, à direita com 21.



Figura 11. Apresentação de duas margaridas, à esquerda com 13 e à direita com 21 pétalas  
Fonte: Zahn (2011, p.11)

A ocorrência da espiral áurea também pode ser observada na natureza, na disposição dos ramos e sementes de algumas plantas, bem como, no formato de algumas conchas marinhas. A Figura 12 apresenta a organização das sementes de um girassol, que se dá da forma mais eficiente possível, remetendo ao formato da espiral áurea.

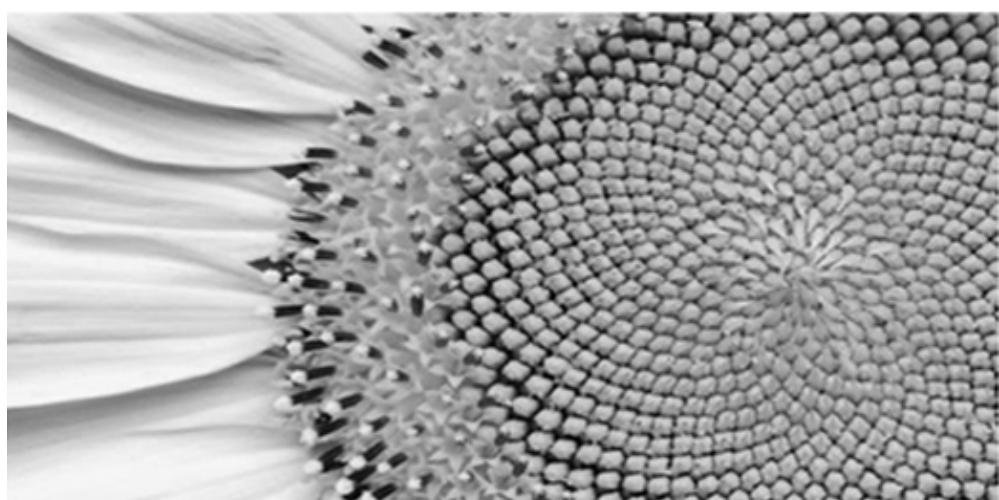


Figura 12. A disposição das sementes do girassol remetem ao formato da espiral áurea  
Fonte: Pinterest (2016)

#### 4.4 As Ondas de Elliott

De acordo com Palladino (2008), as variações que ocorrem frequentemente no mercado financeiro, principalmente nas bolsas de valores, são notórias pelos movimentos em forma de ziguezagues quando de sua impressão gráfica. As variações dos preços dos ativos operados em bolsa de valores não são muito diferentes do que qualquer outro tipo de commodity do mercado financeiro, pois oscilam para mais ou para menos, em maior ou menor escala, de acordo com a oferta e demanda do produto. A antecipação ao movimento do preço destes ativos é o que define um maior ou menor ganho para o investidor, se este se antecipa ao movimento, obterá maiores lucros. Pensando nisto, no início do século XX Charles Dow criou um sistema com vistas a identificar possíveis tendências de mercado, buscando justamente a antecipação do movimento.

Charles Dow, então editor financeiro do Wall Street Journal, elaborou um sistema de índices para avaliar a performance de papéis na bolsa de Nova Iorque e a tendência do mercado em geral. Segundo ele, para avaliar o comportamento do mercado, seria necessário obter uma média de preços dos ativos e conhecer sua evolução. Esses dados só seriam confiáveis se representassem uma boa amostra dos ativos no mercado, de preferência, seria bom utilizar mais de um indicador (BELMONT, 2010, p. 11).

Foi a partir do trabalho desenvolvido por Dow que Ralph Nelson Elliott, no final da década de 1920, desenvolveu sua teoria – a teoria das Ondas de Elliott. Ele utilizou o mercado de ações como sua principal fonte de pesquisa, identificando padrões de variação dos preços que, assim como descrito em Fibonacci, se assemelham de forma harmônica ao que pode ser encontrado na natureza. Elliott descobriu que o mercado financeiro move-se em forma de ondas, com padrões repetitivos, apresentando razões entre a alta e queda dos preços que remetem a proporção áurea  $\varphi$ , essas ondas são ocasionadas como reflexo das ações individuais, que somadas, refletem o movimento dos investidores, ou seja, do volume de operações realizadas na bolsa de valores (BELMONT, 2010). De acordo com Neely (1990), a teoria desenvolvida por Elliott retrata como dados locais interagem com dados a sua volta, evidenciando quando tendências psicológicas começam e terminam, assim como um determinado ambiente psicológico desencadeia outro ambiente e como este processo afeta a evolução dos preços.

Elliott permitiu, através de sua teoria, não somente a previsão da tendência do mercado, mas sim do comportamento das ações e ativos analisados. Na análise de Elliott, constatou-se a existência de cinco ondas de comportamento e três ondas de correção, sendo as ondas de comportamento numeradas em ondas 1, 2, 3, 4, e 5 e as ondas de correção nomeadas em a, b e c. As ondas de comportamento são divididas em ondas de impulsão (ondas 1, 3 e 5) e ondas corretivas (ondas 2 e 4) (CALAÇA, 2008). As

características das ondas de comportamento e correção, identificadas por Elliott, podem ser visualizadas na Figura 13.

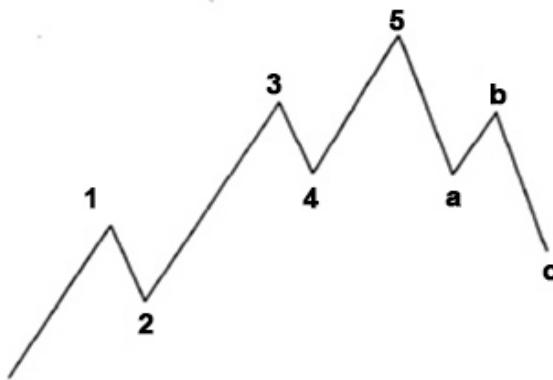


Figura 13. Cinco ondas de comportamento e três ondas de correção.

Fonte: Elaborado pelo autor

Collins et al. (2001) e Gleiser (2002) argumentam que as Ondas de Elliott podem ser traçadas em gráficos de diferentes amplitudes, tais como a cada minuto, hora, dia, mês, etc, mantendo-se o padrão principal das 5 ondas mesmo em escalas menores. Esta característica remete a autossimilaridade encontrada na Teoria Fractal de Mandelbrot, abordada anteriormente. A Figura 14 faz uma representação das Ondas de Elliott, juntamente com a ocorrência de ciclos menores dentro da ocorrência de uma onda de escala superior.

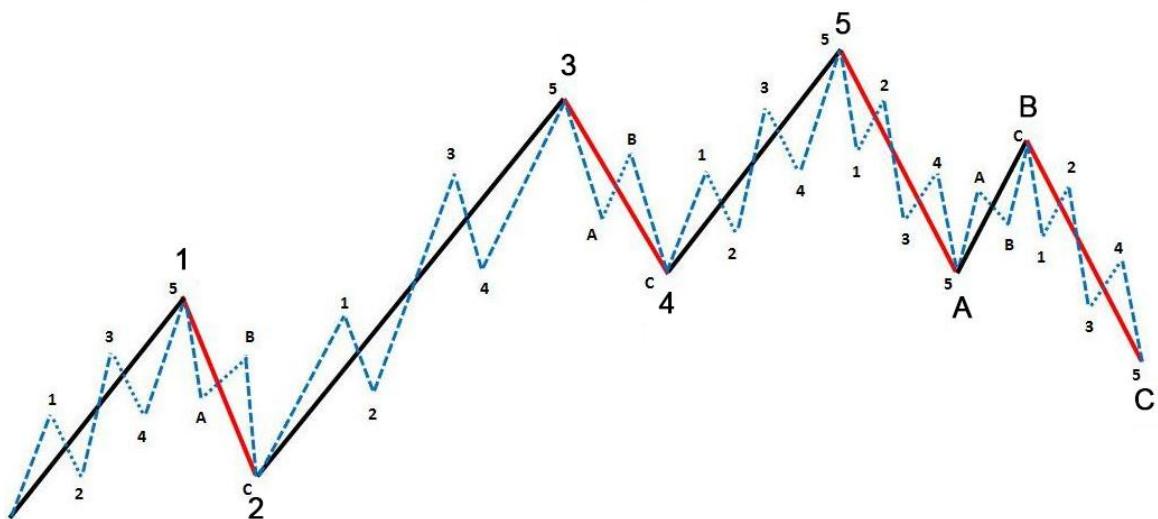


Figura 14. Ocorrência de ondas em menor escala dentro de uma onda maior.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Antes mesmo do desenvolvimento de sua teoria fractal, Mandelbrot (1963) identificou que os gráficos da variação mensal do preço do algodão entre 1816 e 1950 mudavam apenas na escala, ele percebeu que as séries não seguiam uma distribuição normal, mas

eram estacionárias, ou seja, ao alterar a análise para outros períodos de tempo, diário por exemplo, perceberá que os gráficos possuam a mesma aparência.

Suponho, portanto, que, desde 1816, o processo de geração dos preços do algodão, tem mudado somente em sua escala, com possível exceção na Guerra Civil e nos períodos de controle de preços. Longas séries de mudanças mensais de preços poderiam, portanto, ser representadas por combinações da Lei de Pareto Estável (uma lei de potência que no futuro seria identificada como uma escala fractal) (MANDELBROT, 1963, p. 406).

Mandelbrot (1997) reconhece que Elliott identificou padrões autossimilares, semelhantes aos fractais, porém afirma que o trabalho de Elliott não deve ser confundido com fractais, pois o mesmo se limitou a realizar previsões a partir da interpretação de gráficos do mercado financeiro.

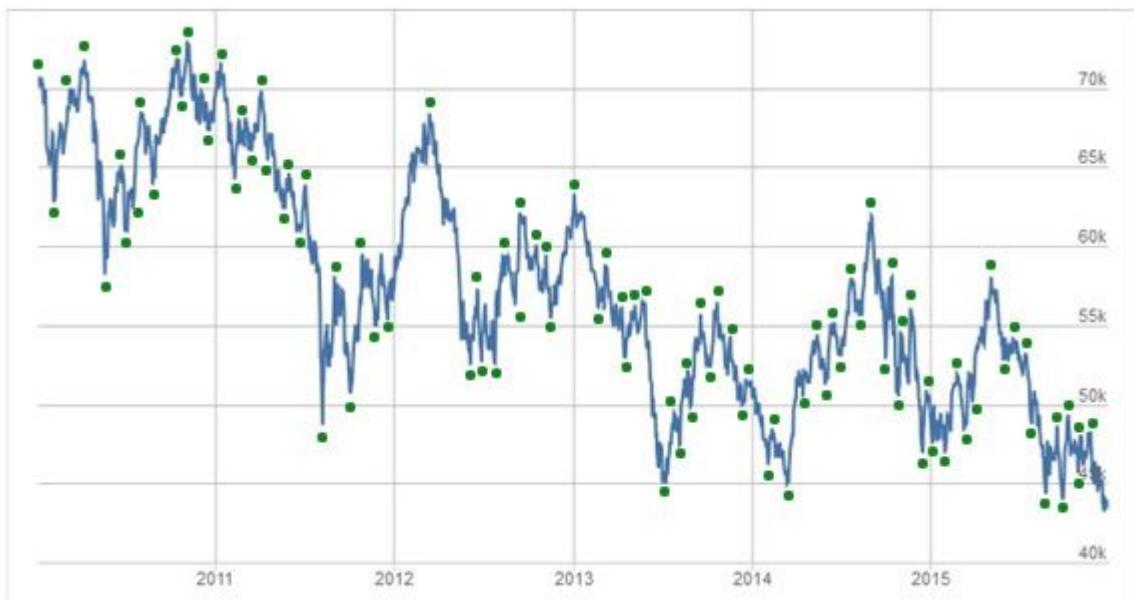


Figura 15. Variação do Índice Ibovespa de Janeiro/2010 á Dezembro/2015  
Fonte: Exame (2016), modificado pelo autor.

A Figura 15 exibe a variação do Índice Bovespa, operado na Bolsa de Valores brasileira BM&FBOVESPA, no período de Janeiro de 2010 a Dezembro de 2015. As marcações na figura indicam os pontos de inflexão, ou seja, o ponto em que ocorre a mudança no sentido do movimento do índice. De acordo com Calaça (2008), as Ondas de Elliott só iniciam e terminam em pontos de inflexão, também conhecidos como vales ou picos.

## 5 BOLSA DE VALORES E A HIPÓTESE DOS MERCADOS EFICIENTES

Se os indivíduos, proprietários do capital, não possuíssem um canal para realizar as transações, de forma que cada poupador dependesse de si próprio para encontrar os agentes tomadores, que necessitam do mesmo volume e prazo, para realização de um empréstimo, provavelmente pouquíssimos ou nenhum negócio se firmaria, tendo em vista que a demanda dos agentes são distintas. Eis então a necessidade de instituições e mecanismos que possibilitem a integração e intermediação dos agentes participantes do sistema financeiro, conectando aqueles que pouparam com aqueles que buscam o crédito. Deste modo é possível definir o Sistema Financeiro como o conjunto de instituições e instrumentos que possibilitam e facilitam o fluxo financeiro entre os poupadore e os tomadores de recursos na economia (PORTAL DO INVESTIDOR, 2016). Este capítulo apresenta um histórico da Bolsa de Valores no Brasil, contextualiza o índice Ibovespa, bem como realiza uma abordagem sobre a Hipótese dos Mercados Eficientes.

### 5.1 A bolsa de valores - BMF&BOVESPA

De acordo com Mattos Filho (1986), as bolsas de valores são provenientes das feiras medievais, onde, devido ao aumento geográfico das cidades e a concentração populacional, juntamente com a ampliação da oferta e demanda de bens e serviços, estas tendem a se fixar em lugares predeterminados, com horários fixos de funcionamento. Mesmo não se tendo identificado esta fase no Brasil, esta influenciou diretamente, sendo o pano de fundo para o aparecimento do corretor antes da formalização da bolsa de valores em si.

Segundo BM&FBOVESPA (2016), a história da bolsa de valores no Brasil remonta a 1890, quando foi criada a chamada Bolsa Livre, assumindo, na década de 1960, a característica institucional de bolsa de valores mutualizada e sem fins lucrativos, perfil que perdurou até sua desmutualização em 2007. Ainda, na década de 1960, decorrente da nova regulamentação do mercado de capitais brasileiro, a denominação foi alterada para Bolsa de Valores de São Paulo.

Em 1986 surge a BM&F (Bolsa de Mercadorias e Futuros), uma bolsa de valores voltada a negociação de derivativos, chegando ao posto de maior negociador deste tipo de título da América Latina em 2002, quando adquiriu participação majoritária na Bolsa de Valores do Rio de Janeiro. Em 2007, a BM&F começou o seu processo de desmutualização, preparando-se para a abertura de capital (BM&FBOVESPA, 2016).

A BM&FBOVESPA foi formada em 2008 a partir da fusão da Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) e da Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA) , tornando-se a instituição brasileira de referência para intermediação de operações do mercado de capitais.

como principal instituição brasileira de intermediação para operações do mercado de capitais, a companhia desenvolve, implanta e provê sistemas para a negociação de ações, derivativos de ações, títulos de renda fixa, títulos públicos federais, derivativos financeiros, moedas à vista e commodities agropecuários. Por meio de suas plataformas de negociação, realiza o registro, a compensação e a liquidação de ativos e valores mobiliários transacionados e a listagem de ações e de outros ativos, bem como divulga informação de suporte ao mercado (BM&FBOVESPA, 2016).

A integração das atividades entre a BM&F e BOVESPA redundou em uma estrutura mais eficiente, ocasionando um maior crescimento e rentabilidade nos negócios da companhia. Esta união ofereceu uma maior capacidade para o desenvolvimento de produtos e serviços atendendo de forma integrada um número maior de investidores.

Hayashi (2002) indica que, nas bolsas de valores, é possível atuar em três mercados: o mercado à vista, o mercado a termo e o mercado de opções:

- i) *Mercado à vista*: onde as negociações são fechadas com o preço do dia, ou seja, o preço do pregão, este mercado também é conhecido por mercado *spot*;
- ii) *Mercado a termo*: as partes assumem o compromisso de compra e/ou venda futura. A liquidação da operação ocorre, geralmente, num prazo de 30, 60 ou 90 dias.
- iii) *Mercado de opções*: neste mercado os investidores negociam o direito de comprar ou vender títulos por um preço fixo em uma data futura.

Por sua vez, Luquet (2000) afirma que a data de entrega do título, ou seja, a data da liquidação do mesmo (quando se efetiva a operação de compra e venda de ações e quando o vendedor entrega o título ao comprador), é o que diferencia os negócios em cada um dos mercados.

## 5.2 O índice BOVESPA (Ibovespa)

As operações na bolsa de valores ocorrem a partir de contratos adquiridos pelo investidor. A base para a formação de valores dos contratos é o Índice Bovespa (Ibovespa). De acordo com BMF&BOVESPA (2016), o Índice Bovespa pode ser definido como:

uma carteira teórica de ativos, elaborada de acordo com os critérios estabelecidos em sua metodologia. Aplicam-se ao Ibovespa todos os procedimentos e regras constantes do manual de definições e procedimentos dos índices da BM&FBOVESPA[...] O objetivo do Ibovespa é ser o indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações brasileiro.

O Ibovespa corresponde ao mais tradicional índice de ações brasileiro, sendo este ponderado por liquidez, em que a participação de cada ação é determinada por um índice de negociabilidade que leva em conta o número de negócios e volume financeiro do respectivo papel em relação ao total observado no mercado (MACIEL et al., 2012). É composto pelas ações de companhias listadas na BM&FBOVESPA, que atendem aos critérios de inclusão descritos em sua metodologia, não fazendo parte da composição do

índice as ações e ativos de companhias em recuperação judicial ou extrajudicial, regime especial de administração temporária, intervenção ou que sejam negociados em qualquer outra situação especial (BM&FBOVESPA, 2016).

A aquisição dos contratos para operação do Índice Bovespa ou outros papéis operados em bolsa de valores se dá através de corretoras credenciadas á BM&FBOVESPA. A medida que as expectativas de valorização ou desvalorização da carteira formadora do índice Ibovespa se efetivam, ou seja, a medida que o mercado segue um movimento de alta ou baixa, a tendência é de que os contratos do índice também acompanhem este movimento.

### 5.3 Hipótese dos Mercados Eficientes

Dentro da moderna Teoria das Finanças, muito se discute sobre a controversa Hipótese dos Mercados Eficientes (HME). Existe uma gama de estudos buscando sua comprovação ou rejeição, desde que Fama (1970) definiu o mercado financeiro eficiente, como sendo aquele em que o preço dos ativos negociados sempre reflete inteiramente as informações disponíveis sobre os mesmos.

Antes de Fama, Roberts (1959) dividiu em três os níveis de eficiência do mercado: a eficiência na forma fraca, semiforte ou forte, classificados de acordo com a ausência de possibilidades de obtenção de lucros em função do grau de ajustamento dos preços a diferentes conjuntos de informação, tais como os preços históricos ou outras informações públicas e privadas.

De acordo com Rabelo Junior e Ikeda (2004), a base teórica para a Hipótese dos Mercados Eficientes está alicerçada em três argumentos:

- i) investidores são assumidos como racionais e, consequentemente, avaliam e precificam ativos de forma racional;
- ii) a medida que alguns investidores não são racionais, suas participações no mercado (negociações) são assumidas como aleatórias, cancelando-se e não produzindo efeitos nos preços praticados pelo mercado;
- iii) a medida que esses investidores irracionais o são de maneira similar entre si, a presença de uma maioria de arbitradores racionais, no mesmo mercado, elimina sua influência nos preços;

Além dos argumentos citados acima, a HME também está apoiada nos seguintes pressupostos: os preços atuais são independentes dos preços de ontem, pois toda informação disponível já foi processada e incorporada a estes preços; os investidores são considerados indivíduos racionais que estão sempre em busca da maximização de retornos, a partir do conhecimento de toda informação disponível; os negociadores estão a pardas

mudanças que ocorrem no ambiente; os preços são justos; o mercado tende a permanecer em equilíbrio, na medida em que sempre existirão vendedores e compradores; e, toda nova informação impacta diretamente e de mesma maneira o mercado e seus participantes (CARDOSO; MARTINS, 2004).

### 5.3.1 Críticas a Hipótese dos Mercados Eficientes

A Hipótese dos Mercados Eficientes, assim como defendido por Bachelier (1900) e Black & Scholes (1973), indica que as mudanças de preços estão dispostas num padrão de distribuição normal gaussina – a chamada curva em forma de sino, tradicionalmente estudada em estatística. Porém, para Mandelbrot (1997) e Gleiser (2002), os dados históricos anuais, mensais ou até mesmo diários, referentes a variação dos preços das ações, não apontam para uma distribuição normal, mas sim para uma distribuição do tipo leptocúrtica<sup>7</sup>, conforme observado na Figura 16.

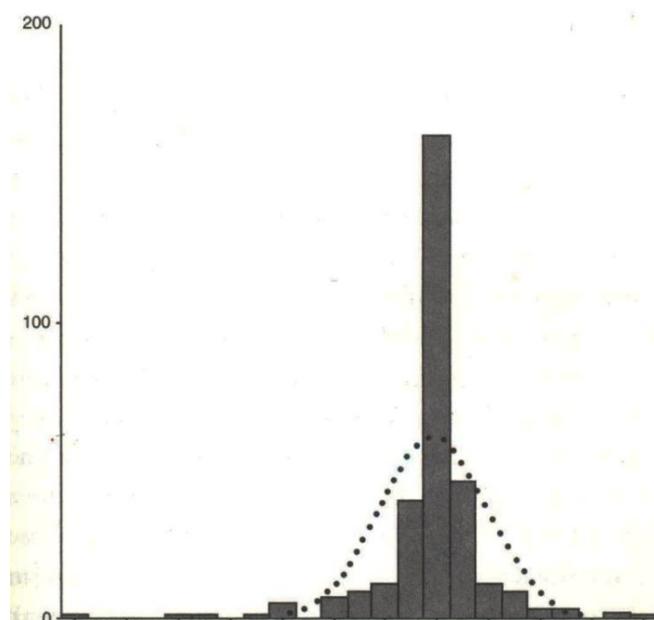


Figura 16. Comparação da curva gaussiana (distribuição normal) com a pesquisa de Mandelbrot sobre as variações do câmbio da libra esterlina para o período de 1609 a 2000.

Fonte: Mandelbrot (1997, p. 97)

Em sua pesquisa referente a variação das taxas de câmbio da libra esterlina, Mandelbrot (1997, p. 97) chega a seguinte conclusão:

quatro séculos de história e turbulência são registradas aqui, neste registro da frequência de diferentes mudanças na taxa de câmbio da libra esterlina. Estes dados, de 1609 a 2000, não se encaixam no padrão da curva de sino: Há muitas variações de preços que são muito pequenas, e muitas variações bastante elevadas.

<sup>7</sup> Quando a distribuição apresenta uma curva de freqüência mais fechada que a de uma distribuição normal ou mais aguda em sua parte superior, esta recebe o nome de leptocúrtica (ALESSIO, P. Notas de Aula 07. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em < [http://paginapessoal.utfpr.edu.br/buzzi/disciplinas/copy\\_of\\_probabilidade-e-estatistica/Notas\\_de\\_aula\\_07.pdf](http://paginapessoal.utfpr.edu.br/buzzi/disciplinas/copy_of_probabilidade-e-estatistica/Notas_de_aula_07.pdf). Acesso em 21 de Outubro de 2016).

A teoria fractal, criada por Mandelbrot em 1963, e, abordada no campo financeiro em seu Livro *The Mis-behavior of Markets* em 1997, pressupõe que existe algum grau, de ordem oculta, na aparente aleatoriedade das séries financeiras, caracterizado pela simetria de escalas e pelas leis de potência, o que reduz significativamente o componente aleatório do comportamento dos preços.

Richards (2000, 2004) aborda, como argumento contra a Hipótese dos Mercados Eficientes, a não-homogeneidade do mercado financeiro. Indicando que os investidores possuem objetivos de investimentos diferenciados e esse fato faz com que novas informações exerçam diferentes impactos sobre diferentes interesses, levando ao desequilíbrio do mercado, gerando volatilidade e intermitência. Gleiser (2002, p.211) aborda a ineficiência da HME:

desde a origem de Wall Street até agora, os investidores vêm tentando decifrar os segredos do movimento das ações. Quais são os melhores investimentos? Quais ativos vão subir e quais vão cair? É possível controlar o risco? O comportamento dos preços no passado influí no comportamento futuro? A maioria dos modelos criados para responder a essas perguntas tem essência linear e ainda hoje são os mais usados, mas apesar disso, não conseguem representar fielmente o que acontece nos mercados financeiros e apresentam falhas. Por isso a importância da incorporação da nova Teoria do Caos/Complexidade na ciência econômica e nas finanças. Ela representa o mercado com mais precisão e vem revolucionar o paradigma atual: a Hipótese de Mercado Eficiente, segundo a qual os investidores reagem à informação assim que é recebida, não esperando que ela se torne uma tendência baseada numa série cumulativa de eventos. A HME não leva em consideração a história, uma vez que, em um mercado eficiente, toda a informação já está descontada nos preços correntes dos ativos.[...] O modelo de mercado eficiente reduz o agente [homosapiens] ao homo economicus: decisão racional que busca defender seus interesses, utilizando-se de sua capacidade ilimitada de cálculo e de plena informação. Esta hipótese pressupõe que todos têm a mesma capacidade matemática e o mesmo acesso a notícias. Todos os investidores são homogêneos.

Evidencia-se a posição de Gleiser no sentido de que, uma vez que a Hipótese dos Mercados Eficientes fosse válida, todos os investidores possuiriam a mesma capacidade matemática e o acesso as mesmas informações, logo, todos agiriam do mesmo modo. Tal comportamento poderia levar a uma previsibilidade do mercado, oferecendo, inclusive, o mesmo risco aos investidores. Ao mesmo tempo, o autor ressalta a importância da incorporação da Teoria do Caos e Complexidade como uma nova ferramenta de representação do mercado, deixando esta representação mais precisa.

## 6. REVISÃO DE LITERATURA

A seguir serão expostos alguns trabalhos realizados por autores que buscaram, de algum modo, evidenciar a ocorrência das Ondas de Elliott, bem como análises e diferentes estudos a respeito da aplicação dos fractais no mercado financeiro.

Publicada inicialmente por Elliott (1938), a Teoria das Ondas de Elliott propõe que o mercado se move de acordo com o otimismo ou pessimismo da massa de investidores, obedecendo o padrão das retrações de Fibonacci. Posteriormente, em seu livro *A Lei da Natureza - O Segredo do Universo*, Elliott (1946) descreve estas relações ao observar padrões de movimento dos preços no mercado financeiro. Mais tarde, os trabalhos de Fama & Blume (1966), LeBaron (1990), Brock et al. (1992) e Atmeh & Dobbs (2006), apontam para a popularidade do uso da Teoria das Ondas de Elliott em ferramentas de análise técnica.

Peters (1989), aplicou uma técnica chamada *Rescaled Range Analysis* ás séries de retornos mensais dos títulos do tesouro americano S&P500 para o período de 1950 a 1958. A técnica, criada pelo hidrólogo Harold Edwin Hurst, é baseada em uma lei de potência para calcular o tamanho de reservatórios de água para o rio Nilo na década de 50. Em seus estudos, Peters (1989) atestou que os movimentos dos mercados apresentam características observadas no comportamento browniano fractal, porém, não tão significantes a ponto de realizar projeções de longo prazo.

Dois anos mais tarde, Larrain (1991) atestou a influência do caos e não-linearidade ás variações da taxa de juros externa americana no período de 1962 a 1989. Ele concluiu que, a medida que as características não lineares se sobrepõe a influência dos fatores fundamentais, a estrutura dinâmica fica mais suscetível a oscilações inesperadas nos preços, porém, embora necessários, esses fatores não são suficientes para classificar a estrutura como fractal.

A evidenciação mais forte das propriedades fractais em séries temporais ocorreu com Muller et al. (1993), quando da análise das variações de taxas de câmbio, levando em consideração o fator de escala, observando os dados em diferentes intervalos de tempo (desde minutos até um ano). Os autores utilizaram amostras diárias, que compreendem o período de Junho de 1973 a Junho de 1993. Verificaram que mudanças no comportamento dos preços se assemelham mais ao modelo fractal em detrimento ao modelo de GARCH<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> Engle (1982) propôs um modelo não linear para capturar a correlação da variância condicional da inflação do Reino Unido. Denominou este modelo como ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity). Posteriormente, Bollerslev (1986) apresentou o modelo GARCH (Generalized ARCH), capaz de descrever a volatilidade utilizando menos parâmetros do que um modelo ARCH.

Adicionalmente, as publicações de Papadamou & Tsopoglou (2001) e Yamamoto (2012), baseado na análise das médias móveis aplicada do mercado financeiro de Tókio, bem como as pesquisas de Reitz (2005), Chong & Ng (2008) e Liu & Zheng (2011), em que estudam o uso de osciladores na análise técnica, não chegam ao reconhecimento de padrões de movimentos em mercados financeiros exposto por Elliott (1946).

Posteriormente, utilizando-se dos modelos AR1<sup>9</sup> e GARCH, Richards (2000) considerou a não-homogeneidade e a intermitência como características fractais ao analisar séries temporais de aproximadamente 30 anos das taxas de câmbio de 18 moedas correntes e de índices norte-americanos. O autor identificou fortes evidências de não-homogeneidade nas taxas de câmbio, enquanto que os índices apresentaram evidências mais fracas. Richards (2000) concluiu que existe uma espécie de fractalidade estocástica nas séries analisadas, e que esta possui um forte componente aleatório. Criticou os modelos ARIMA<sup>10</sup> e ARCH, indicando que estes, embora capturam algumas características de séries temporais financeiras, não geram intermitência.

Hayashi (2002) apresentou o modelo das Ondas de Elliott voltada ao mercado de capitais, sob o enfoque da teoria do caos e da complexidade, como uma forma de prever os próximos movimentos do mercado. O autor faz um contraponto entre a aplicação da teoria fractal e da complexidade com a Hipótese dos Mercados Eficientes (HME), indicando que a HME não corresponde à realidade dos mercados financeiros. Hayashi (2000) expõe que a modelagem matemática através dos fractais produz resultados mais precisos, pois estes acompanham as mudanças reais nos preços, e, por consequência, explicam de modo mais seguro o comportamento do mercado nos momentos de maior volatilidade.

Calaça (2008) propôs um sistema computacional baseado em Algoritmos Genéticos, provenientes das técnicas de Inteligência Artificial, como forma de detectar a ocorrência das Ondas de Elliott em séries temporais financeiras, de ativos operados na BM&FBOVESPA. De acordo com Calaça (2008) a detecção automática dos ciclos de Elliott, utilizando Algoritmos Genéticos, apresentou resultados satisfatórios, com índice de erro abaixo de 3% para cada ponto de inflexão dentre as séries temporais abordadas no estudo.

Já Belmont (2010) buscou evidenciar a ocorrência de ciclos das Ondas de Elliott sobre alguns dos principais ativos operados na BM&FBOVESPA para o período de 1998 a 2010. Entre os ativos observados destacam-se: PETR3 e PETR4 (Petrobrás), VALE3 e

---

<sup>9</sup> O modelo Auto Regressivo de Primeira Ordem (AR1) considera que o valor de  $x$  no tempo  $t$  é uma função linear do valor de  $x$  observado no tempo  $t-1$  (PENN STATE. Applied Time Series Analysis. Disponível em <<https://onlinecourses.science.psu.edu/stat510/node/60>>. Acesso em 20 de Setembro de 2016)

<sup>10</sup> Um modelo ARIMA resulta da combinação de três componentes denominados filtros: o componente auto regressivo (AR), o filtro de integração (I) e o componente de médias móveis(MA). Uma série pode ser modelada por um ou por todos os filtros, resultando em vários modelos distintos (FAVA, 2000).

VALE5 (Vale do Rio Doce), GGBR4 (Gerdau), BBDC4 (Banco do Brasil), USIM5 (Usiminas), CSNA3 (Companhia Siderúrgica Nacional) e ITSA4 (Itaú). Para tal, o autor obteve a frequência das ondas e verificou a existência de retrações e impulsões previstas nas sequências de Fibonacci. Belmont concluiu que, mesmo apresentando diferentes números de ocorrência nas Ondas de Elliott, todos os ativos apresentaram um ou mais ciclos completos, evidenciando-se, inclusive, a existência de padrões de comportamento entre as ações escolhidas.

Mais tarde, Volna et al. (2013) apresentaram um algoritmo de reconhecimento e classificação das Ondas de Elliott para o mercado de câmbio, utilizando-se de técnicas implementadas em redes neurais artificiais. Foram analisados os dados das variações ocorridas na relação Euro / Dólar do dia 11 de Março de 2010 para os volumes de negócio das empresas: Coca Cola, Google, Boeing, eBay, e Carrefour. O algoritmo proposto apresentou grande eficiência na detecção das Ondas de Elliott ocorridas na série temporal analisada para diferentes escalas de tempo (hora, 10 minutos e minuto), chegando a identificar ondas com grau de similaridade de 90%.

Ginneken (2013) apresentou um algoritmo de detecção de Ondas de Elliott baseado nas retrações de Fibonacci. O autor contemplou dados históricos da variação do Dólar, Euro e Yene para o período de 2005 a 2013, medindo, inclusive, a taxa de ganho de cada onda que compõe um ciclo de Elliott. Ginneken (2013) utilizou três modos de análise das Ondas de Elliott, considerando diferentes formas para detecção dos ciclos, sendo que o modo de detecção tradicional, exposto por Elliott (1946) foi o que apresentou os melhores resultados.

Anteriormente, Eng (1997), Fisher (1993), Hartle (1997), Krausz (1998) e Plummer (1989) já apontavam a utilização das retrações de Fibonacci como um bom ferramental para a análise dos movimentos e operações no mercado financeiro.

## 7 METODOLOGIA

A pesquisa utilizada pode ser considerada como exploratória, fazendo o uso do método indutivo, tendo em vista que buscou o aprimoramento de ideias e a junção de um conjunto de teorias de outros ramos de pesquisa, aplicados a um novo cenário. De acordo com Gil (1995, p. 44), uma pesquisa exploratória tem como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, com vistas na formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores. Por outro lado, o método indutivo é um método responsável pela generalização, que parte de algo particular para uma questão mais ampla. De acordo com Lakatos e Marconi (2007, p. 86):

indução é um processo mental por intermédio do qual, partindo de dados particulares, suficientemente constatados, infere-se uma verdade geral ou universal, não contida nas partes examinadas. Portanto, o objetivo dos argumentos indutivos é levar a conclusões cujo conteúdo é muito mais amplo do que o das premissas nas quais se basearam.

Em complemento, o trabalho realizado pode ser classificado como quantitativo, pois tratou da probabilidade de ocorrência de eventos, ou seja, faz uso de métodos estatísticos na busca de quantificação e de análise dos resultados baseados em fatos passados (SILVA e MENEZES, 2001). Com relação aos procedimentos técnicos, foi realizada uma pesquisa bibliográfica, baseando-se em abordagens anteriores a respeito do assunto e teorias discutidas neste trabalho. Este procedimento permitiu uma maior compreensão acerca do tema abordado bem como criou vínculos e identificou as interrelações entre as diferentes teorias analisadas.

### 7.1 Origem dos dados

As informações referentes a movimentação do Ibovespa, principal índice operado na BM&FBOVESPA, foram extraídos do portal Yahoo Finanças, na seção de dados históricos do índice Ibovespa (YAHOO, 2017). Os dados compreendem o período de Maio de 1993 a Janeiro de 2017, satisfazendo todo o período de dados mensais e diários divulgados e disponíveis para uso até a data de finalização deste estudo. Os dados foram divididos em dois grupos: o primeiro grupo conteve a movimentação mês a mês do índice Ibovespa, já o segundo grupo conteve a movimentação diária do mesmo período. Ambos os arquivos foram gerados no formato csv<sup>11</sup>, e, dentre as informações disponíveis em cada grupo de dados, utilizou-se: a data (para os dados mensais esta informação remete ao primeiro dia de

---

<sup>11</sup> Arquivos CSV representam um formato de arquivo em que os dados são separados por vírgula. Este tipo de arquivo é regulamentado pela normativa RFC 4180, mantida pela IETF (Internet Engineering Task Force) (IETF. Comma Separated Values. Disponível em < <https://www.ietf.org/rfc/rfc4180.txt>. Acesso em: 25 de Outubro de 2016.).

operações do mês em questão); o valor da abertura para o mês ou dia em análise; o valor máximo e o valor mínimo do índice naquele período e, por fim, o valor do fechamento do índice para o mês ou dia analisado.

## 7.2 Exibição dos dados

A apresentação dos dados se deu de forma gráfica, em que o eixo das abscissas (eixo horizontal) apresentou o tempo (data) e o eixo das ordenadas (eixo vertical) apresentou o valor/preço do índice. A representação de cada intervalo de tempo analisado se deu utilizando-se do gráfico em candles, também conhecido como gráfico de velas. Conforme Martins (2016, p. 41) o candle é uma forma retangular verticalizada dos preços de abertura, fechamento, máxima e mínima de qualquer ativo financeiro negociado no mercado, em determinado tempo. Cada candle é formado pela diferença entre o valor de abertura e o valor de fechamento de um ativo ou índice no período em que se visualiza a figura, podendo ser de 1 minuto, 5 minutos, 15 minutos, 1 hora, um dia, um mês, etc.

Um candle escuro indica que o valor do fechamento do período analisado foi abaixo do valor da abertura, e um candle claro indica que o valor do fechamento foi acima do valor identificado na abertura. Um candle do tipo Doji, significa que o valor da abertura foi igual ao valor do fechamento naquele período. Sabendo-se que movimentações no valor do ativo ou índice analisado podem ocorrer dentro do período selecionado, as indicações de valor mínimo ou valor máximo atingidos no período são indicados pelas linhas estendidas acima e abaixo das figuras, essas linhas também são conhecidas como sombras. Neste trabalho foi aplicada a cor vermelha para a representação dos candles de baixa e a cor verde para a representação dos candles de alta. A Figura 17 exibe a representação dos candles do tipo Doji e os candles de alta e baixa.

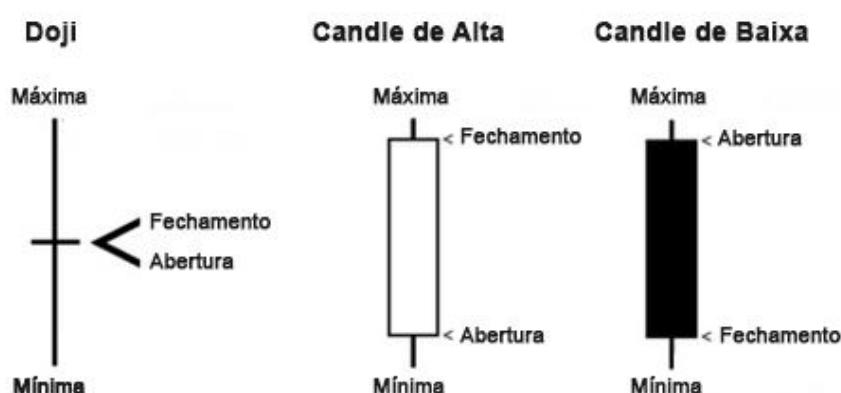


Figura 17. Representação dos candles  
Fonte: Elaborado pelo autor com base nas definições de Martins (2016)

Pinheiro (2002, p. 306) propõe que o gráfico de candles proporciona uma melhor compreensão quando da análise da orientação psicológica do mercado, especialmente do curto prazo. Para Matsura (2007), o gráfico de candles oferece uma melhor visualização das tendências quando comparado a outras ferramentas de análise técnica, bem como, oferece uma melhor identificação da reversão destas tendências.

Conforme Parets (2016) foram os japoneses os primeiros a utilizar a análise técnica para realizar transações a partir do século XVII. Mesmo sendo uma técnica diferente da elaborada por Charles Dow por volta de 1900, muitas das bases eram similares.

o "o quê" (os preços) era muito mais importante do que o "porquê" (notícias, resultados, etc...). Toda a informação conhecida está refletida no preço. Os compradores e os vendedores fazem os preços baseados nas suas expectativas e emoções (medo, ganância...). Os mercados flutuam e o preço atual pode não refletir o valor real da empresa (PARETS, 2016).

Ao tratar o fato de que o preço atual pode ser diferente do valor real da empresa, identifica-se, na aplicação do gráfico em candles, e, abordada por Charles Dow, alguma analogia com o trabalho de Black & Scholes (1973), quando da abordagem do chamado "preço justo" para as opções.

### 7.3 Identificação das Ondas de Elliott

Após a definição da origem dos dados e do tipo de representação gráfica, utilizando-se do gráfico em candles, fez-se necessário a criação de uma ferramenta que possibilitasse a visualização das ocorrências das Ondas de Elliott. Para tal, optou-se pelo desenvolvimento de um script PHP<sup>12</sup>. Baesse (2012) define linguagem de script como sendo uma linguagem de programação, executada no interior de programas ou de outras linguagens de programação, não se restringindo apenas a estes ambientes. Um script, também conhecido por algoritmo, dentre outras aplicações, serve para estender a funcionalidade de um programa ou recurso computacional.

Entre os critérios para a escolha do PHP como linguagem de programação para o desenvolvimento da ferramenta de análise das Ondas de Elliott, está o fato de que este possui código livre, bem como, uma extensa comunidade de desenvolvimento, com inúmeras ferramentas disponíveis. Dentre os recursos já criados pelos desenvolvedores PHP, e liberados para uso livre, está a biblioteca para geração de gráficos pChart<sup>13</sup>, que permite a geração dos mais diversos tipos de gráficos, tais como gráficos de barras, de

<sup>12</sup>PHP (Hypertext Preprocessor) é uma linguagem de script de código livre, amplamente utilizada e de aplicação geral, adequada, especialmente para o desenvolvimento de sistemas web, podendo ser incorporada em páginas HTML.(PHP, What is PHP?, Disponível em : <http://php.net/manual/en/intro-whatis.php>. Acesso em 27 de Setembro de 2016)

<sup>13</sup> Biblioteca disponível para download em <http://www.pchart.net>

linha, de área, gráficos em pizza, e, principalmente, o gráfico em candles, padrão utilizado para exibição dos dados deste estudo. A biblioteca pChart, incorporada ao projeto PHP permitiu a exibição, em forma gráfica, dos movimentos do índice Ibovespa para o período determinado neste trabalho. A Figura 18 apresenta parte do gráfico em candles, gerado com o script PHP e biblioteca pChart, do índice Ibovespa e sua variação entre Janeiro de 2011 e Dezembro de 2015. O gráfico completo, composto por todos os candles do período analisado pode ser visualizado no Apêndice A.



Figura 18. Gráfico de movimentação mensal do Ibovespa para o período de 2011 a 2015, gerado com script PHP e biblioteca gráfica pChart.  
Fonte: Elaborado pelo autor

O algoritmo de detecção gerado em PHP foi baseado em manuais técnicos<sup>14</sup> e leva em consideração as regras tradicionais de identificação das Ondas de Elliott. A mesma abordagem realizada por Ginneken (2013, p.24), onde o autor cita as seguintes características para detecção das Ondas de Elliott: O ciclo inicia com a primeira onda de impulsão (onda 1), seguido por uma onda de retração (onda 2), na sequência ocorre uma

<sup>14</sup>. Gorman, W. and Kennedy, J. (2013). *Visual Guide to Elliott Wave Trading*. Bloomberg Financial. Weis, D.H. (1998). *Trading with the Elliott Wave principle: a practical guide*. Tape Readers Press.

Manuais e treinamentos online utilizados como base para formulação do método tradicional de detecção:  
[https://www.youtube.com/watch?v=Kyk\\_gP7rvuU](https://www.youtube.com/watch?v=Kyk_gP7rvuU)  
<http://mt4.markets.com/pt/education/technical-analysis/fibonacci-Elliott-wave.html>  
<http://www.investopedia.com/articles/technical/111401.asp>  
<http://www.investimentonabolsa.com/2015/02/teoria-das-ondas-de-Elliott.html>  
<http://www.Elliottbrasil.com/analise-tecnica/secretos-sobre-teoria-das-ondas-de-Elliott/>

nova onda de impulsão (onda 3), seguido por uma nova onda de retração (onda 4), e, finalmente, uma nova onda de impulsão (onda 5) (GINNEKEN, 2013).

Adicionalmente, as seguintes condições são expostas como requisito para que o movimento seja considerado como um ciclo tradicional das Ondas de Elliott:

A onda 1 inicia em um vale;

A onda 2 deve retrair dentro da faixa de expansão de Fibonacci, conforme Figura 19;

O valor da onda 2 nunca deve ser menor que o valor inicial da onda 1;

A onda 3 nunca é a onda de impulsão mais curta;

O valor da onda 4 nunca deve ser inferior ao valor máximo da onda 1;

O pico da onda 5 não precisa ser obrigatoriamente maior que o valor final da onda 3;

Um ciclo pode iniciar em um pico, para tal, os critérios devem ser invertidos.

Para efeito de análise foram consideradas apenas as ondas de comportamento (ondas 1, 2, 3, 4 e 5), sem considerar as ondas de correção (ondas a, b e c). Logo, foi considerado como um ciclo de Ondas de Elliott, a ocorrência das cinco ondas dentro do padrão apresentado por Ginneken (2013). De acordo com Calaça (2008, p. 26) as ondas de correção tendem ao movimento lateral, ou seja, não indicam tendência de alta ou de baixa, logo, não se aconselha a sua utilização como indicador de momento de bom investimento. Portanto, embora o algoritmo de detecção não leve em consideração as ondas de correção, tal fato restringe, mas não inválida a análise.

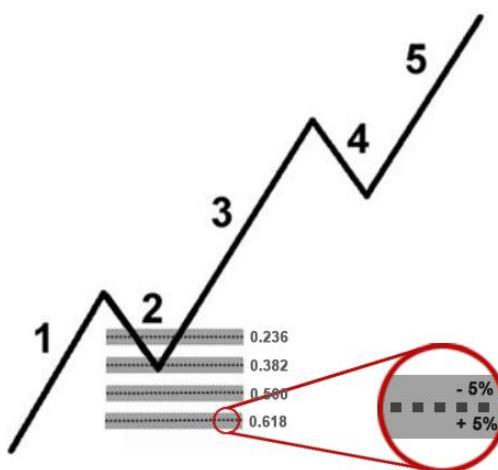


Figura 19: Expansões de Fibonacci e variação permitida na ocorrência da onda 2  
Fonte: Ginneken (2013, p.16), alterada pelo autor.

No que tange as expansões de Fibonacci, Hayashi (2002) indica que as taxas complementares e inversas da porcentagem áurea, nos valores de 38.2% e 161.8%, foram registradas por Elliott em várias ocasiões ao analisar o mercado financeiro quando da comparação dos comprimentos de duas ondas consecutivas em sentido contrário. Logo, o

valor de 38,2% foi acrescido ao algoritmo de detecção como parâmetro de identificação das expansões de Fibonacci quando da ocorrência da onda 2. Ressalta-se então, que as possíveis expansões consideradas no algoritmo de detecção foram 23,6, 38,2%, 50% e 61,8%, não considerou-se, neste cenário, a expansão de 161,8% pois, conforme visto nas condições de ocorrência de um ciclo tradicional das 5 Ondas de Elliott, a onda 2 não pode ter amplitude maior que o valor final da onda 1. Como as expansões são aproximadas e, em raros os casos será exatamente igual as expansões citadas, adotou-se uma variação de 5% para mais ou para menos em cada um destes valores.

#### **7.4 Identificação e definição dos períodos para análise**

Para evidenciar a ocorrência da autossimilaridade fractal dentro das Ondas de Elliott, fez-se necessário a definição de, pelo menos, duas escalas de tempo distintas, que foram utilizadas para a geração dos gráficos de candles e a posterior aplicação do script de identificação das Ondas de Elliott. Convencionou-se, para a primeira análise, a utilização do gráfico mensal, onde, cada candle representou a variação de preços de um mês, em que, para o período analisado, correspondeu a 285 candles (meses).

Após a exibição dos dados aplicou-se o script de identificação das Ondas de Elliott. Cada ciclo encontrado foi isolado, e a ele, uma nova representação gráfica foi realizada, neste caso, a geração do gráfico diário, no qual, cada candle passou a representar o intervalo de um dia. Exemplo: Supondo que no período de Janeiro de 2001 a Outubro de 2002 tenha ocorrido um ciclo completo das Ondas de Elliott, este ciclo foi isolado e sua variação dividida em intervalos de um dia, ou seja, cada novo candle passou a representar o movimento do índice no período de um dia. A este novo gráfico buscou-se, novamente, identificar ciclos menores das Ondas de Elliott.

Este processo visou a identificação de padrões nos movimentos tanto nas escalas maiores quanto nas menores de tempo, ao se identificar um ciclo de uma Onda de Elliott num gráfico mensal, e, ao isolar este bloco, buscou-se identificar o mesmo movimento, agora em uma escala menor. O algoritmo de detecção das Ondas de Elliott mensais e diárias pode ser visualizado nos Apêndices B e C respectivamente, bem como a classe PHP que identifica o movimento e correlação das Ondas de Elliott pode ser consultada no Apêndice D.

## 8 RESULTADOS

A seguir serão apresentados os resultados deste estudo no intuito de averiguar a ocorrência da autossimilaridade fractal para o índice Ibovespa, utilizando-se das Ondas de Elliott, para o período de Maio de 1993 a Janeiro de 2017. Ressalta-se que, no primeiro momento foram identificados os ciclos mensais em que ocorreram as 5 Ondas de Elliott, para que, na sequência, fossem identificados os ciclos diários dentro de cada ciclo mensal. Na análise dos ciclos diários, ao se tratar da duração de cada período, tal informação remete apenas aos dias de funcionamento da bolsa de valores, desconsiderando-se finais de semana e feriados, bem como a variação total de cada ciclo leva em consideração apenas a diferença entre o valor do índice no início do ciclo e o valor identificado ao final da quinta onda, não se considerou, para efeito de análise, as variações individuais de cada onda.

Com base no exposto na metodologia deste estudo, foi executado, primeiramente, o algoritmo de detecção das Ondas de Elliott para os dados mensais de todo o período. Tal processo resultou na detecção de cinco ciclos das Ondas de Elliott. O detalhamento de cada ciclo pode ser visualizado na Tabela 1.

Tabela 1. Detalhamento das ocorrências das 5 ondas de Elliott para os dados mensais

DESCRÍÇÃO	1º CICLO MENSAL <sup>15</sup>	2º CICLO MENSAL	3º CICLO MENSAL	4º CICLO MENSAL	5º CICLO MENSAL
<b>Início do ciclo</b>	Nov/1995	Set/1998	Jan/1999	Jun/2006	Jan/2016
<b>Valor inicial da ocorrência</b>	37.137 pontos	4.576 pontos	4.797 pontos	32.057 pontos	37.046 pontos
<b>Final da onda 1</b>	Fev/1996	Nov/1998	Mai/1999	Ago/2006	Abr/2016
<b>Valor final da onda 1</b>	54.109 pontos	9.198 pontos	12.589 pontos	38.172 pontos	54.978 pontos
<b>Final da onda 2</b>	Mar/1996	Jan/1999	Ago/1999	Set/2006	Jun/2016
<b>Valor final da onda 2</b>	45.956 pontos	4.797 pontos	9.579 pontos	34.127 pontos	48.067 pontos
<b>Final da onda 3</b>	Out/1996	Mai/1999	Mar/2000	Fev/2007	Nov/2016
<b>Valor final da onda 3</b>	68.515 pontos	12.589 pontos	19.047 pontos	46.752 pontos	65.291 pontos
<b>Final da onda 4</b>	Dez/1996	Ago/1999	Mai/2000	Mar/2007	Dez/2016
<b>Valor final da onda 4</b>	64.451 pontos	9.579 pontos	13.556 pontos	41.117 pontos	56.829 pontos
<b>Final da onda 5</b>	Mar/1997	Mar/2000	Ago/2000	Jul/2007	---
<b>Valor final da onda 5</b>	94.230 pontos	19.047 pontos	17.926 pontos	58.293 pontos	---
<b>Duração Total</b>	17 meses	19 meses	20 meses	14 meses	---
<b>Variação total</b>	57.093 pontos	14.471 pontos	13.127 pontos	26.236 pontos	29.548 pontos <sup>16</sup>

Fonte: Elaborado pelo autor

<sup>15</sup> Na visualização do gráfico referente a movimentação do primeiro ciclo mensal se observa um grande candle de baixa em Março de 1997. Esta baixa, dentre outros fatores, se deve a alteração metodológica de cálculo aplicado pela BM&BOVESPA em 03 de Março daquele ano, quando o valor do índice foi dividido por 10.

<sup>16</sup> Não constam os dados complementares da onda 5 pois, até o momento de conclusão deste estudo, a mesma se encontra em formação. O valor informado se refere a variação máxima observada em Janeiro de 2017.

## 8.1 Análise da variação diária do primeiro ciclo mensal

O início do primeiro ciclo mensal foi identificado em Novembro de 1995, tendo duração de 17 meses, com finalização registrada em Março de 1997. Este ciclo apresentou uma variação de 57.093 pontos no índice Ibovespa desde o início da primeira onda até o final do período. A Figura 20 apresenta a variação deste período, bem como a delimitação das Ondas de Elliott identificadas.

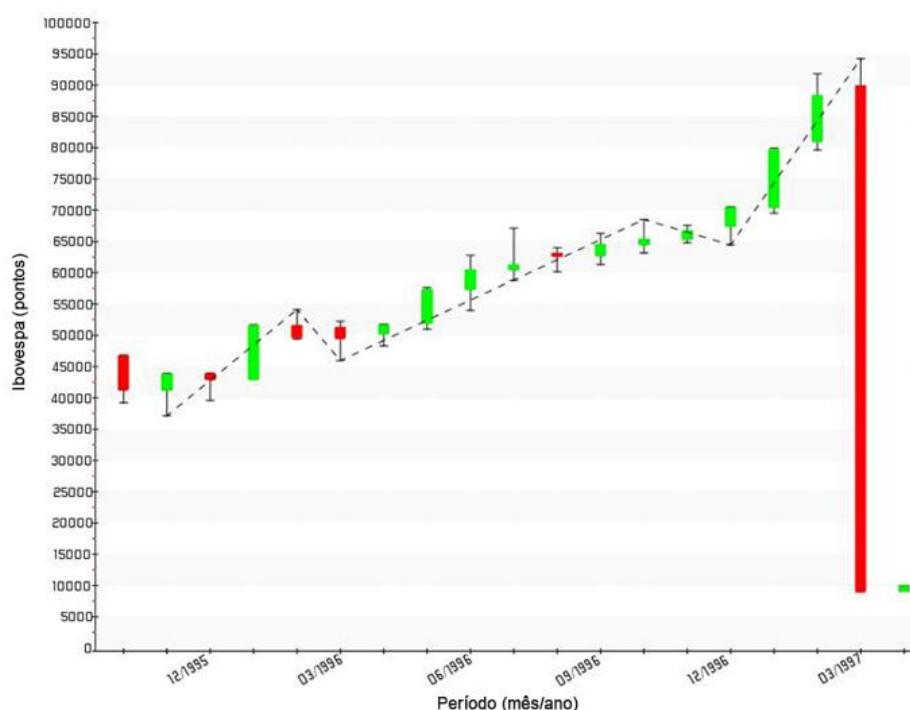


Figura 20. Representação gráfica do primeiro ciclo mensal e demarcação das Ondas de Elliott para o período de Novembro de 1995 a Março de 1997

Fonte: Elaborado pelo autor conforme algoritmo de detecção das Ondas de Elliott

Com base no período de duração deste ciclo, e, ajustando-se o algoritmo de detecção de forma a identificar as Ondas de Elliott para os dados diários, observou-se a ocorrência de três novos ciclos diários.

A primeira ocorrência diária, dentro do primeiro ciclo mensal, teve seu início registrado em 19 de Dezembro de 1995 e final em 08 de Janeiro de 1996, apresentou duração de 12 dias e apontou uma variação de 8.392 pontos entre o início da onda 1 e final da onda 5. A segunda ocorrência diária teve início em 12 de Junho de 1996 e o final da quinta onda foi registrado em 04 de Julho de 1996, durou 17 dias e apresentou variação de 10.755 pontos. Por fim, a terceira e última ocorrência diária, dentro deste ciclo mensal, foi iniciada em 30 de Janeiro de 1997, durou 14 dias, finalizando em 19 de Fevereiro do mesmo ano. Apresentou uma variação de 13.426 pontos, a maior dos três ciclos diários registrados neste período. O detalhamento das ocorrências diárias pode ser visualizado na Tabela 2.

Tabela 2. Detalhamento das ocorrências diárias dentro do período do primeiro ciclo mensal.

DESCRÍÇÃO	1 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	2 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	3 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA
<b>Início do ciclo</b>	19/12/1995	12/06/1996	30/01/1997
<b>Valor inicial da ocorrência</b>	39.576 pontos	53.977 pontos	77.203 pontos
<b>Final da onda 1</b>	27/12/1995	18/06/1996	05/02/1997
<b>Valor final da onda 1</b>	43.792 pontos	58.732 pontos	82.324 pontos
<b>Final da onda 2</b>	28/12/1995	20/06/1996	11/02/1997
<b>Valor final da onda 2</b>	42.722 pontos	57.803 pontos	80.516 pontos
<b>Final da onda 3</b>	04/01/1996	26/06/1996	13/02/1997
<b>Valor final da onda 3</b>	47.462 pontos	62.788 pontos	89.315 pontos
<b>Final da onda 4</b>	05/01/1996	28/06/1996	17/02/1997
<b>Valor final da onda 4</b>	45.823 pontos	60.202 pontos	86.365 pontos
<b>Final da onda 5</b>	08/01/1996	04/07/1996	19/02/1997
<b>Valor final da onda 5</b>	47.967 pontos	64.732 pontos	90.629 pontos
<b>Duração Total</b>	12 dias	17 dias	14 dias
<b>Variação Total</b>	8.392 pontos	10.755 pontos	13.426 pontos

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 21 apresenta o cruzamento entre as Ondas de Elliott, identificadas no primeiro ciclo mensal e as ocorrências diárias dentro deste ciclo. Observa-se que as ocorrências diárias seguem a tendência da onda maior (mensal). Neste ciclo mensal, os ciclos diários se deram justamente nas ondas de impulso (ondas 1, 3 e 5).

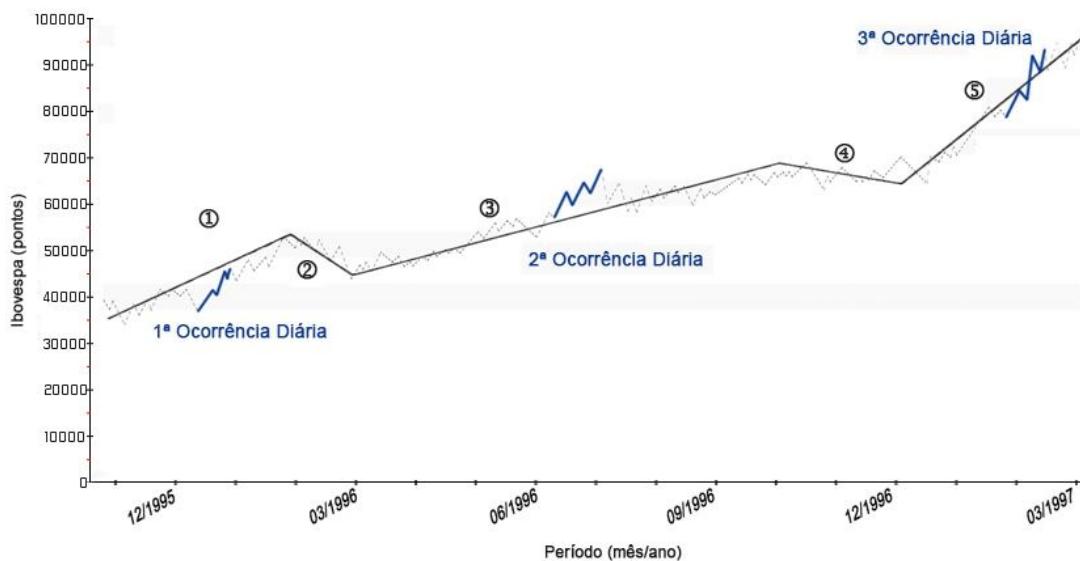


Figura 21. Relação gráfica entre o primeiro ciclo mensal e as ocorrências diárias para o período de Novembro de 1995 a Março de 1997

Fonte: Elaborado pelo autor

## 8.2 Análise da variação diária do segundo ciclo mensal

O início do segundo ciclo mensal das Ondas de Elliott foi identificado em Setembro de 1998, teve duração de 19 meses, com finalização registrada em Março de 2000. Este ciclo apresentou uma variação de 14.471 pontos no índice Ibovespa desde o início da primeira onda até o final do período. A Figura 22 apresenta a variação deste período, bem como a delimitação das Ondas de Elliott identificadas.

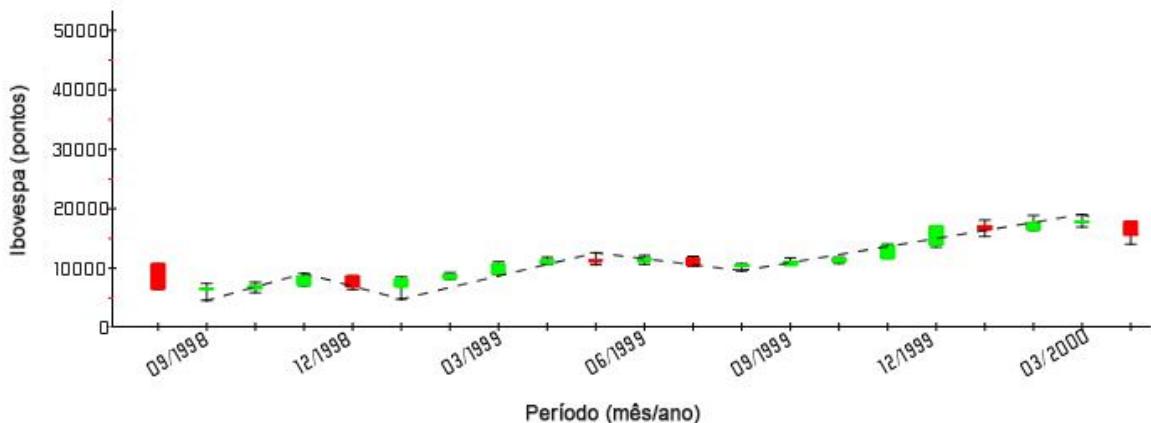


Figura 22. Representação gráfica do segundo ciclo mensal e demarcação das Ondas de Elliott para o período de Setembro de 1998 a Março de 2000

Fonte: Elaborado pelo autor conforme algoritmo de detecção das Ondas de Elliott

Com base no período de duração deste ciclo, e, ajustando-se o algoritmo de detecção de forma a identificar as Ondas de Elliott para os dados diários, observou-se a ocorrência de quatro novos ciclos diários.

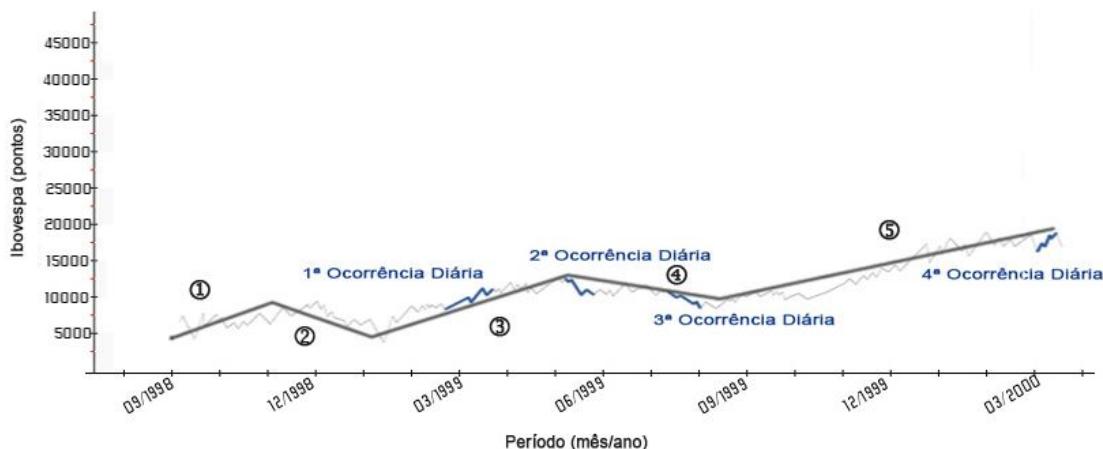
A primeira ocorrência diária, dentro deste ciclo mensal, teve seu inicio registrado em 25 de Fevereiro de 1999, com duração de 22 dias, finalizando em 26 de Março de 1999. Este movimento apresentou a maior variação das quatro ocorrências diárias deste ciclo mensal, totalizando 2.426 pontos. A segunda ocorrência diária foi registrada no período de 13 de Maio de 1999 a 01 de Junho de 1999, teve duração total de 15 dias e apresentou uma variação de 1.847 pontos. Seqüencialmente, uma nova ocorrência foi identificada entre 19 de Julho de 1999 e 10 de Agosto do mesmo ano. Esta ocorrência apresentou uma variação total de 1.218 pontos durante os 17 dias de duração deste ciclo. Por fim, a quarta e mais curta ocorrência foi registrada entre os dias 15 e 27 de Março de 2000, apresentando uma variação de 1.261 pontos durante os 9 dias de duração. O detalhamento das ocorrências diárias, identificadas dentro do segundo ciclo mensal, pode ser visualizado na Tabela 3.

Tabela 3. Detalhamento das ocorrências diárias dentro do período do segundo ciclo mensal.

DESCRÍÇÃO	1 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	2 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	3 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	4 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA
<b>Início do ciclo</b>	25/02/1999	13/05/1999	19/07/1999	15/03/2000
<b>Valor inicial da ocorrência</b>	8.603 pontos	12.589 pontos	11.483 pontos	16.922 pontos
<b>Final da onda 1</b>	11/03/1999	17/05/1999	26/07/1999	17/03/2000
<b>Valor final da onda 1</b>	10.080 pontos	11.973 pontos	10.645 pontos	17.733 pontos
<b>Final da onda 2</b>	12/03/1999	18/05/1999	28/07/1999	20/03/2000
<b>Valor final da onda 2</b>	9.470 pontos	12.354 pontos	10.867 pontos	17.435 pontos
<b>Final da onda 3</b>	19/03/1999	25/05/1999	05/08/1999	22/03/2000
<b>Valor final da onda 3</b>	11.101 pontos	10.563 pontos	9.950 pontos	18.860 pontos
<b>Final da onda 4</b>	23/03/1999	27/05/1999	06/08/1999	23/03/2000
<b>Valor final da onda 4</b>	10.324 pontos	11.284 pontos	10.265 pontos	18.183 pontos
<b>Final da onda 5</b>	26/03/1999	01/06/1999	10/08/1999	27/03/2000
<b>Valor final da onda 5</b>	11.029 pontos	10.742 pontos	9.584 pontos	19.047 pontos
<b>Duração Total</b>	22 dias	15 dias	17 dias	9 dias
<b>Variação Total</b>	2.426 pontos	1.847 pontos	1.218 pontos	1.261 pontos

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 23 apresenta o cruzamento entre as Ondas de Elliott, identificadas no segundo ciclo mensal, e as ocorrências das ondas diárias, identificadas dentro do período. Neste ciclo mensal, as ondas identificadas em menor escala (movimento diário) acompanharam a tendência das ondas de maior escala (onda mensal).

Figura 23. Relação gráfica entre o segundo ciclo mensal e as ocorrências diárias para o período de Setembro de 1998 a Março de 2000  
Fonte: Elaborado pelo autor

### 8.3 Análise da variação diária do terceiro ciclo mensal

O terceiro ciclo mensal teve duração de 20 meses, o mais longo dos cinco ciclos identificados, com início registrado em Janeiro de 1999 e final em Agosto de 2000, apresentou uma variação de 13.127 pontos no índice Ibovespa desde o início da primeira onda até o final do período. A Figura 24 apresenta a variação deste período, bem como a delimitação das Ondas de Elliott identificadas.

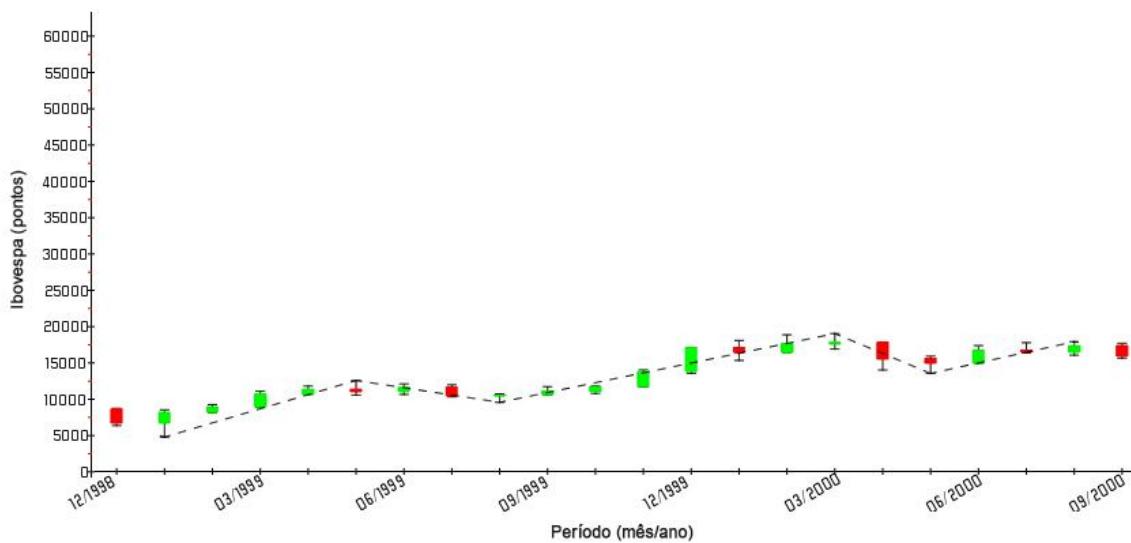


Figura 24. Representação gráfica do terceiro ciclo mensal e demarcação das Ondas de Elliott para o período de Janeiro de 1999 a Agosto de 2000

Fonte: Elaborado pelo autor conforme algoritmo de detecção das Ondas de Elliott

Com base no período de ocorrência deste ciclo mensal, e, ajustando-se o algoritmo de detecção de forma a identificar as Ondas de Elliott para os dados diários, observou-se a ocorrência de cinco novos ciclos.

As quatro primeiras ocorrências diárias deste ciclo coincidiram com as ocorrências do ciclo mensal analisado anteriormente. O movimento do índice Ibovespa neste período apresentou características em que parte das Ondas identificadas no ciclo anterior também fossem registradas neste terceiro ciclo. Isso se deve ao fato de que o algoritmo de detecção não considera as ondas de correção (ondas a, b e c), pois considerou-se, para efeito de análise, apenas as cinco ondas de comportamento, conforme exposto na metodologia deste estudo. Outro fato a ser considerado é que no ciclo mensal anterior, tanto a onda 2 quanto a onda 4 se enquadram dentro das expansões de Fibonacci, ou seja, aquela que foi considerada como onda 4 no ciclo anterior aparece como sendo a onda 2 deste ciclo. Além das já citadas, evidencia-se a ocorrência de um quinto ciclo diário dentro deste ciclo mensal, identificado no período de 27 de Março de 24 de Abril de 2000. Este ciclo diário apresentou uma variação de 4.422 pontos nos 20 dias em que teve duração, a maior variação dentre o

segundo e terceiro ciclos mensais analisados. O detalhamento das ocorrências diárias, identificadas dentro do terceiro ciclo mensal, pode ser visualizado na Tabela 4.

Tabela 4. Detalhamento das ocorrências diárias dentro do período do terceiro ciclo mensal.

DESCRÍÇÃO	1 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	2 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	3 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	4 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	5 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA
<b>Início do ciclo</b>	25/02/1999	13/05/1999	19/07/1999	15/03/2000	27/03/2000
<b>Valor inicial da ocorrência</b>	8.603 pontos	12.589 pontos	11.483 pontos	16.922 pontos	19.047 pontos
<b>Final da onda 1</b>	11/03/1999	17/05/1999	26/07/1999	17/03/2000	04/04/2000
<b>Valor final da onda 1</b>	10.080 pontos	11.973 pontos	10.645 pontos	17.733 pontos	16.095 pontos
<b>Final da onda 2</b>	12/03/1999	18/05/1999	28/07/1999	20/03/2000	10/04/2000
<b>Valor final da onda 2</b>	9.470 pontos	12.354 pontos	10.867 pontos	17.435 pontos	17.572 pontos
<b>Final da onda 3</b>	19/03/1999	25/05/1999	05/08/1999	22/03/2000	17/04/2000
<b>Valor final da onda 3</b>	11.101 pontos	10.563 pontos	9.950 pontos	18.860 pontos	14.029 pontos
<b>Final da onda 4</b>	23/03/1999	27/05/1999	06/08/1999	23/03/2000	19/04/2000
<b>Valor final da onda 4</b>	10.324 pontos	11.284 pontos	10.265 pontos	18.183 pontos	15.536 pontos
<b>Final da onda 5</b>	26/03/1999	01/06/1999	10/08/1999	27/03/2000	24/04/2000
<b>Valor final da onda 5</b>	11.029 pontos	10.742 pontos	9.584 pontos	19.047 pontos	14.625 pontos
<b>Duração Total</b>	22 dias	15 dias	17 dias	9 dias	20 dias
<b>Variação Total</b>	2.426 pontos	1.847 pontos	1.218 pontos	1.261 pontos	4.422 pontos

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 25 apresenta o cruzamento entre as Ondas de Elliott identificadas no terceiro ciclo mensal, e as ocorrências diárias dentro do período. Identificou-se que os ciclos menores mantiveram a mesma tendência da onda a qual estão vinculados, se a onda em maior escala foi de alta, o ciclo menor também foi de alta, e, se a onda mensal foi de baixa, o ciclo diário também manteve a tendência de baixa, isso pode ser visto nas ondas 1 e 3, com a 1<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> ocorrências diárias e nas ondas 2 e 4, com a 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ocorrências diárias.

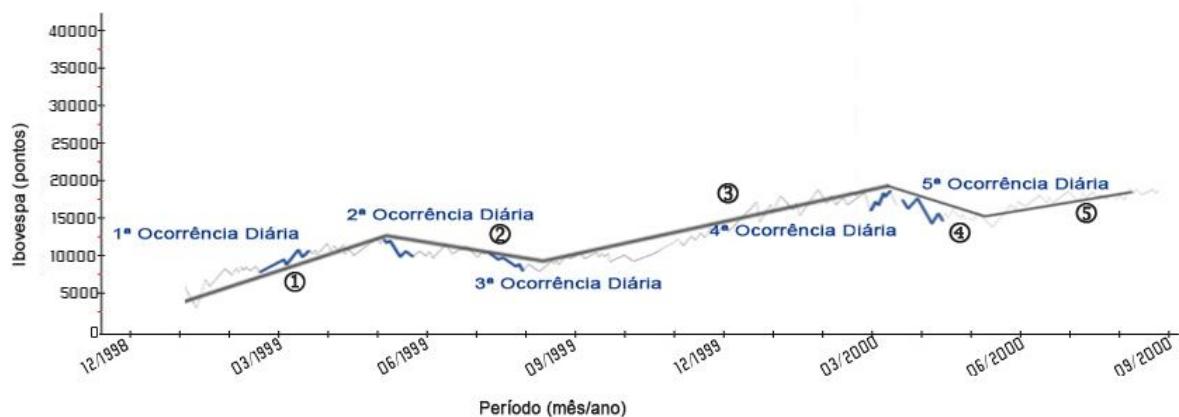


Figura 25. Relação gráfica entre o terceiro ciclo mensal e as ocorrências diárias para o período de Janeiro de 1999 a Agosto de 2000

Fonte: Elaborado pelo autor

#### 8.4 Análise da variação diária do quarto ciclo mensal

O quarto ciclo mensal, identificado a partir de Junho de 2006, teve o seu final registrado em Julho de 2007. Apresentou uma variação total de 26.236 pontos dentro de seus 14 meses de duração. A Figura 26 apresenta a variação deste período, bem como a delimitação das ondas de Elliott identificadas.

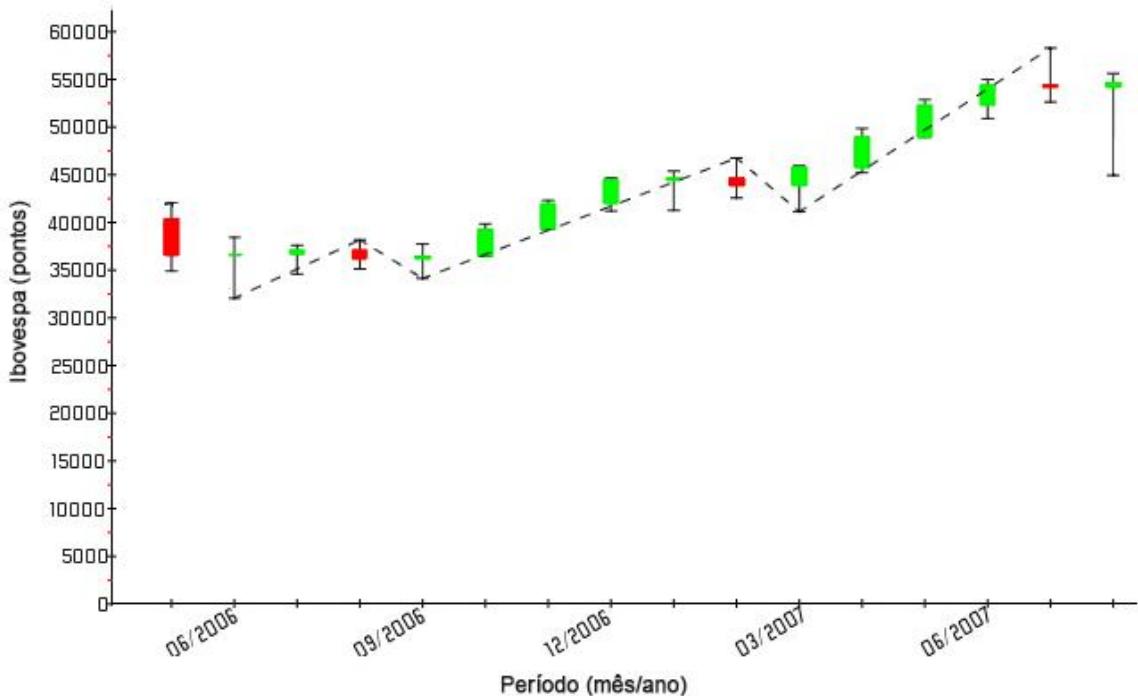


Figura 26. Representação gráfica do quarto ciclo mensal e demarcação das Ondas de Elliott para o período de Junho de 2006 a Julho de 2007

Fonte: Elaborado pelo autor conforme algoritmo de detecção das Ondas de Elliott

Novamente, com base no período de ocorrência deste ciclo mensal, e, ajustando-se o algoritmo de detecção de forma a identificar as Ondas de Elliott para os dados diários, observou-se a ocorrência de três novos ciclos diários.

A primeira ocorrência diária, dentro deste ciclo mensal, ocorreu no período de 21 de Junho de 2006 a 12 de Julho de 2006, registrando uma variação de 3.531 pontos durante os 16 dias de duração. Entre o período de 14 de Março de 2007 a 11 de Abril de 2007 foi registrada a segunda ocorrência diária. Este movimento durou 20 dias e apresentou variação de 5.522 pontos, a maior dentre as três ocorrências diárias dentro deste ciclo mensal. A terceira e última ocorrência diária, dentro deste ciclo mensal, teve início registrado em 08 de Junho de 2007, com uma duração de 19 dias, vindo a finalizar em 04 de Julho de 2007. Este ciclo diário apresentou uma variação total de 5.115 pontos entre o início da primeira e final da quinta onda. O detalhamento das ocorrências diárias, identificadas dentro deste ciclo mensal, pode ser visualizado na Tabela 5.

Tabela 5. Detalhamento das ocorrências diárias dentro do período do quarto ciclo mensal.

DESCRÍÇÃO	1 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	2 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA	3 <sup>a</sup> OCORRÊNCIA DIÁRIA
<b>Início do ciclo</b>	21/06/2006	14/03/2007	08/06/2007
<b>Valor inicial da ocorrência</b>	33.216 pontos	42.051 pontos	50.885 pontos
<b>Final da onda 1</b>	27/06/2006	15/03/2007	11/06/2007
<b>Valor final da onda 1</b>	35.015 pontos	43.573 pontos	52.952 pontos
<b>Final da onda 2</b>	28/06/2006	16/03/2007	12/06/2007
<b>Valor final da onda 2</b>	34.349 pontos	42.598 pontos	51.643 pontos
<b>Final da onda 3</b>	04/07/2006	22/03/2007	20/06/2007
<b>Valor final da onda 3</b>	37.601 pontos	45.950 pontos	55.003 pontos
<b>Final da onda 4</b>	11/07/2006	28/03/2007	27/06/2007
<b>Valor final da onda 4</b>	35.590 pontos	44.315 pontos	53.202 pontos
<b>Final da onda 5</b>	12/07/2006	11/04/2007	04/07/2007
<b>Valor final da onda 5</b>	36.747 pontos	47.573 pontos	56.000 pontos
<b>Duração Total</b>	16 dias	21 dias	19 dias
<b>Variação Total</b>	3.531 pontos	5.522 pontos	5.115 pontos

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 27 apresenta o cruzamento entre as Ondas de Elliott identificadas no quarto ciclo mensal bem como as ocorrências diárias dentro do período. Assim como nos ciclos anteriores, as ocorrências dos ciclos diários mantiveram a tendência da onda a qual estão vinculados. Neste ciclo mensal não ocorreu nenhum ciclo diário na onda 3, porém foram observadas duas ocorrências na onda 5, tanto no início quanto no final desta onda.

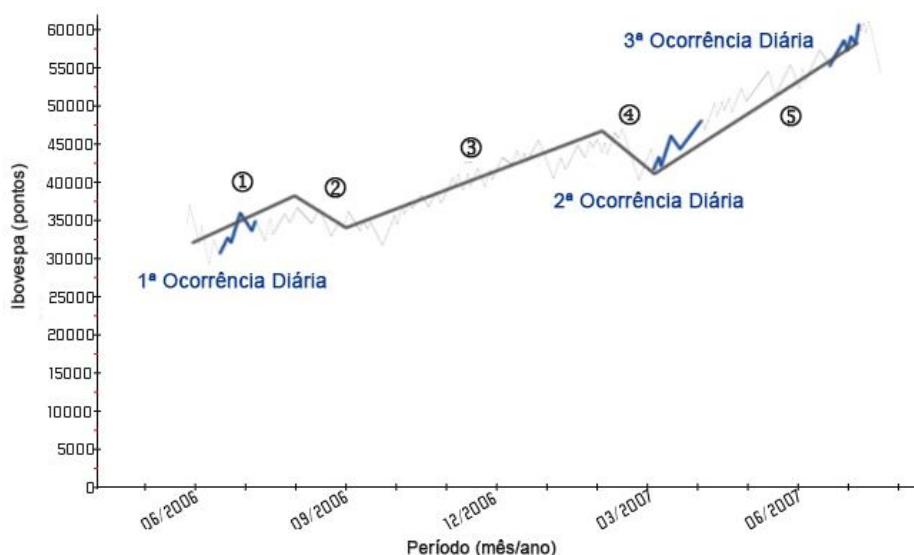


Figura 27. Relação gráfica entre o quarto ciclo mensal e as ocorrências diárias para o período de Junho de 2006 a Julho de 2007

Fonte: Elaborado pelo autor

## 8.5 Análise da variação diária do quinto ciclo mensal

O quinto e último ciclo mensal identificado, ainda em formação, iniciou em Janeiro de 2016, tendo, até o momento de conclusão deste trabalho (Janeiro de 2017), duração de 13 meses, o mais curto até então. Comparando-se o ponto de máxima, identificado em Janeiro de 2017, quando o índice Ibovespa registrou 66.594 pontos e o início da primeira onda em Janeiro do ano anterior, quando o índice registrava 37.046 pontos, a variação identificada foi de 29.548 pontos – a segunda maior variação dentre todos os ciclos mensais identificados.

Embora a quinta onda não tenha sido finalizada, é possível descrever este como sendo o quinto ciclo mensal, pois a onda atual já atingiu a forma que a caracteriza, segundo os procedimentos deste estudo, como sendo a quinta onda de um ciclo de Elliott. A Figura 28 apresenta a variação deste período, bem como a delimitação das ondas de Elliott identificadas.

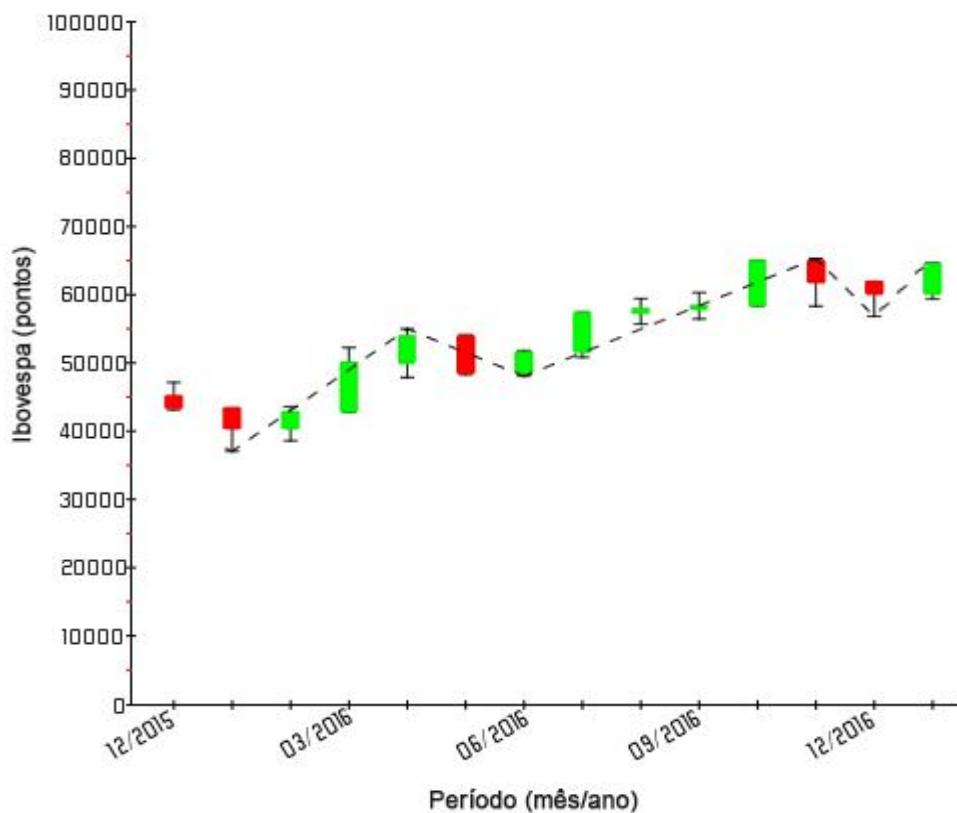


Figura 28. Representação gráfica do quinto ciclo mensal e demarcação das Ondas de Elliott para o período de Janeiro de 2016 a Janeiro de 2017

Fonte: Elaborado pelo autor conforme algoritmo de detecção das Ondas de Elliott

Finalmente, com base no período de ocorrência deste ciclo mensal, e, ajustando-se o algoritmo de detecção de forma a identificar as Ondas de Elliott para os dados diários, observou-se a ocorrência de dois novos ciclos diários.

A primeira ocorrência diária, dentro deste ciclo mensal, ocorreu no período de 20 de Janeiro de 2016 a 4 de Fevereiro de 2016, registrando uma variação de 4.398 pontos durante os 11 dias de duração. A segunda e última ocorrência diária, identificada neste ciclo mensal, foi registrada entre 27 de Setembro de 2016 e 19 de Outubro de 2016, registrou variação de 6.678 pontos dentre os 16 dias em que apresentou de duração. O detalhamento das ocorrências diárias, identificadas dentro deste ciclo mensal, pode ser visualizado na Tabela 6.

Tabela 6. Detalhamento das ocorrências diárias dentro do período do quinto ciclo mensal.

DESCRIÇÃO	1ª OCORRÊNCIA DIÁRIA	2ª OCORRÊNCIA DIÁRIA
<b>Início do ciclo</b>	20/01/2016	27/09/2016
<b>Valor inicial da ocorrência</b>	37.046 pontos	57.411 pontos
<b>Final da onda 1</b>	22/01/2016	29/09/2016
<b>Valor final da onda 1</b>	38.444 pontos	59.621 pontos
<b>Final da onda 2</b>	26/01/2016	30/09/2016
<b>Valor final da onda 2</b>	37.112 pontos	58.271 pontos
<b>Final da onda 3</b>	01/02/2016	10/10/2016
<b>Valor final da onda 3</b>	40.570 pontos	61.756 pontos
<b>Final da onda 4</b>	02/02/2016	13/10/2016
<b>Valor final da onda 4</b>	38.596 pontos	60.243 pontos
<b>Final da onda 5</b>	04/02/2016	19/10/2016
<b>Valor final da onda 5</b>	41.444 pontos	64.089 pontos
<b>Duração Total</b>	11 dias	16 dias
<b>Variação Total</b>	4.398 pontos	6.678 pontos

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 29 apresenta o cruzamento entre as Ondas de Elliott identificadas no quinto ciclo mensal bem como as ocorrências diárias dentro do período. Assim como nos demais ciclos analisados, as ocorrências dos ciclos diários mantiveram a tendência da onda a qual estão vinculados. Neste ciclo mensal as ocorrências diárias foram identificadas o início da onda 1 e próximo ao final da onda 3, ambas ondas de alta. Não foi identificado, para este ciclo mensal, nenhuma ocorrência diária nas ondas com tendência de baixa (ondas 2 e 4), bem como na onda 5.

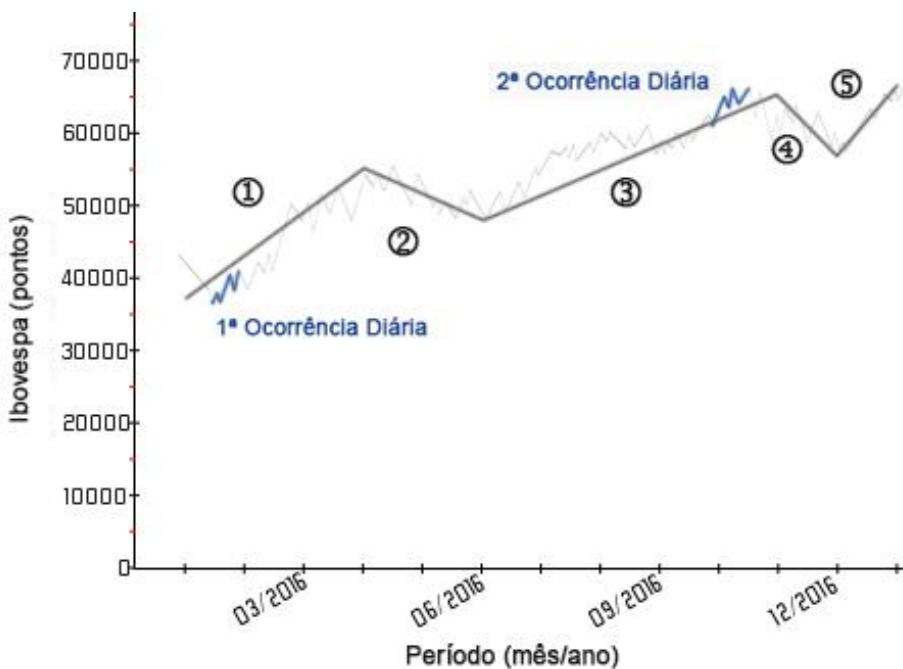


Figura 27. Relação gráfica entre o quinto ciclo mensal e as ocorrências diárias para o período de Janeiro de 2016 a Janeiro de 2017

Fonte: Elaborado pelo autor

Expostos os ciclos mensais e diárias, identificados através do algoritmo de detecção das Ondas de Elliott, constata-se, através das ocorrências diárias, que estas seguiram a mesma tendência das ondas mensais, ou seja, se a onda mensal em execução foi de alta, então o ciclo diário (menor), também foi de alta, porém, em menor escala. Se a onda mensal identificada teve comportamento de baixa, então o ciclo diário, que apresenta as mesmas características das cinco Ondas de Elliott, também manteve tendência de baixa.

Embora, visualmente, as Ondas de Elliott identificadas nos períodos mensais e, posteriormente, nos períodos diárias, divirjam em formato, não, significa que a análise é falha, pois o mesmo padrão de identificação (algoritmo) foi aplicado em ambos os casos (mensal e diário). Prechter e Frost (2000) apud Hayashi (2002), indica que as repetições não são necessariamente exatas, podendo ser aproximadas, pois um mesmo padrão pode aparecer em diferentes escalas, com diferentes inclinações sem que as regras de construção sejam violadas.

No trabalho de Hayashi (2002, p.75), o autor faz a seguinte correlação entre as escalas das Ondas de Elliott e os fractais:

a medida que a análise da série temporal transcorre com o tempo, se liga dinamicamente com outras estruturas Elliott, e tal acúmulo de estruturas, em algum instante de tempo, constituirá uma nova estrutura Elliott de escala superior. E assim sucessivamente, seguindo-se a ideia fractal.

Do mesmo modo, Gleiser (2002, p.216) aponta que, nos estudos de Elliott, no transcorrer de um ciclo, os cinco padrões principais se repetiam em escalas cada vez menores, apresentando padrões de autossimilaridade característicos das figuras fractais. O

autor também ressalta que sistemas dinâmicos não-lineares com comportamento caótico originam figuras fractais e que o fenômeno da autossimilaridade é um importante aspecto da Teoria do Caos. Este padrão de autossimilaridade foi identificado neste estudo sobre o índice Ibovespa.

## 9 CONCLUSÃO

A aplicação de um script de detecção das Ondas de Elliott corroborou para a evidenciação da autossimilaridade fractal no índice Ibovespa para o período proposto neste trabalho. A identificação dos ciclos mensais e, posteriormente, as ocorrências diárias dentro destes ciclos em maior escala, foram de encontro ao que Benoit Mandelbrot e Ralph Nelson Elliott apontaram em suas teorias.

A Teoria Fractal, juntamente com a Teoria do Caos, apresentam-se como uma ferramenta capaz de aproximar os cenários econômicos a uma realidade mais precisa, contradizendo, inclusive, alguns dos principais argumentos da Hipótese dos Mercados Eficientes. A aplicação destas teorias na análise de séries temporais, mais especificamente, na análise da variação dos preços de ativos financeiros, tem levado diversos investidores a optarem por este novo método de análise, como forma de ampliar seus lucros, ou então, amenizar o risco, tendo em vista a caoticidade do mercado.

Neste estudo foram utilizadas duas escalas de tempo, que, mesmo escolhidas de acordo com a disponibilidade de dados, apresentaram uma relação de autossimilaridade no índice em questão, reforçando a hipótese proposta no início deste trabalho. A dúvida que fica é: se mesmo escolhendo os períodos de modo aleatório foi possível identificar padrões fractais em diferentes escalas, será possível existir uma escala de tempo ótima para a realização deste tipo de estudo? Grabbe (1999) faz o seguinte questionamento: supondo que o tempo assume a forma fractal, o qual se move em ritmo desassociado do tempo real, qual será a correta dimensão fractal do tempo para os mercados? Mandelbrot, Fibonacci e Elliott encontraram na natureza os pressupostos fundamentais para embasar suas teorias, possivelmente o caminho para elucidar a questão de Grabbe, também esteja lá.

Embora o objetivo principal não tenha sido a predição de movimentos do mercado financeiro, mas sim a evidenciação da autossimilaridade fractal, decorrente, dentre outros fatores, pela forte correlação com os sistemas complexos, considera-se que a análise realizada neste estudo reforça as observações satisfeitas nos trabalhos de outros autores, mas que, tendo em vista a complexidade do assunto, exige um maior aprofundamento, baseando-se, possivelmente, em outras abordagens, outros mercados e, principalmente, em diferentes escalas de tempo, tais como anos, semanas, horas, minutos. Espera-se que este trabalho desperte o interesse de outros pesquisadores, para que, quem sabe, auxiliem Grabbe a encontrar a resposta que tanto procura.

## REFERÊNCIAS

- ATMEH, M.A.; DOBBS, I.M. (2006), Technical analysis and the stochastic properties of the Jordanian stock market index return. **Studies in Economics and Finance**. vol. 23, pp. 119-140. 2006
- BACHELIER, L. Théorie de la spéculation, (Thèse). **Annales scientifiques de l'École Normal e Supérieure**. 3x10 série. tome 17. pp 21-86. Paris: Gauthier-Villars, 1900.
- BAESSE, P. **Aula 02 – Linguagens de Script e PHP**. Disponível em <<http://docente.ifrn.edu.br/pedrobaesse/disciplinas/programacao-web/material-de-aula/aula-02-linguagem-de-script/view>>. Acesso em 01 de Novembro 2016
- BELMONT, D. F. S. Teoria das ondas de Elliott: uma aplicação ao mercado de ações da BM&FBOVESPA. 2010. 78 f. **Dissertação (Mestrado em Economia) – Programa de Pós-Graduação em Economia**, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa. 2016.
- BLACK, F.; SCHOLES M. The pricing of options and corporate liabilities. **The Journal of Political Economy**, Chicago, v. 81, n. 3, pp. 637-654. University of Chicago Press, 1973.
- BM&FBOVESPA. **Perfil e Histórico**. Disponível em <<http://ri.bmfbovespa.com.br/static/ptb/perfil-historico.asp>>. Acesso em 16 de Agosto de 2016.
- BOLLERSLEV, T., Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, **Journal of Econometrics**. v. 31, p. 307-327. Fev. 1986
- BROCK, W. LAKONISHOK, J. LEBARON, B. (1992), Simple technical trading rules and the stochastic properties of stock returns. **Journal of Finance**, vol. 47, pp. 1731-64, Dez. 1992
- CALAÇA, R. W. Detecção automática de ondas de Elliott em mercado acionário. Goiânia, 2008. 77 f. **Dissertação (Mestrado em Engenharia de Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**, Universidade Federal de Goiás. 2008.
- CARDOSO, R. L.; MARTINS, V. A. **Teoria avançada da contabilidade**. Org. IUDÍCIBUS, S.; LOPES, A. B São Paulo: Atlas, 2004.
- CERETTA, P. S. Eficiência no mercado de ações latino-americano: contribuição da teoria do caos. **Anais da XXVII ENANPAD**. Rio de Janeiro: Anpad, 2002.
- CHONG, T.T.; NG, W. Technical analysis and the London stock exchange: testing the MACD and RSI rules using the FT30. **Applied Economics Letters**. vol. 15, p. 1111–1114. Nov. 2008
- COLLINS, C.J.; FROST, A.J.; PRECHTER, R.R. **Elliott Wave Principle: Key to Market Behavior**. Wiley. 2001
- DEVLIN. Keith. **A Nobel Formula**. Devlin's Angle, The Mathematical Association of America, 1997. Disponível em <[https://www.maa.org/external\\_archive/devlin/devlin\\_11\\_97.html](https://www.maa.org/external_archive/devlin/devlin_11_97.html)>. Acesso em 01/07/2003.
- ELLIOTT, R. N. **The Wave Principle**. New York: Collins, 1938
- \_\_\_\_\_, R.N. (1946), **Nature's Law - The Secret of the Universe**. 1946

ENG, W. F. **Technical Analysis of Stocks, Options & Futures**. Homewood, IL, Irwin Professional Publishing Inc. 1997

ENGLE, R. F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. **Econometrica**. v.50, p. 987-1008, Jul. 1982

EXAME. **Web Site Exame - Ibovespa (IBOV) (BVSP)**. Disponível em <<http://exame.abril.com.br/mercados/cotacoes-bovespa/indices/BVSP>>. Acesso em 20 de Setembro de 2016.

FAMA, E. BLUME, M. Filter rules and stock market trading. **Journal of Business**, vol. 39, pp. 226-41, Jan. 1966

FAMA, E. Efficient Capital Markets: a review of theory and empirical work. **Journal of Finance**. New York. v. 25, p. 383-417, Mai. 1970.

FAVA, V. L. Manual de econometria. in: **Vasconcelos, M. A. S.; Alves, D.** São Paulo: Editora Atlas, 2000.

FISCHER, R. **Fibonacci Applications & Strategies for Traders: Unveiling the Secret of the Logarithmic Spiral**. New York, NY, J. Wiley & Sons, Inc. 1993

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1995.

GINNEKEN, K. V. Profitability of Elliott Waves and Fibonacci retracement levels in the foreign exchange market. **Tesis (Master Thesis Finance) - Tilburg School of Economics and Management**, Tilburg University, Tilburg. 2013.

GLEICK, J. **Caos: a criação de uma nova ciência**. Rio de Janeiro: Campus, 1990.

GLEISER, I. **Caos e complexidade: a evolução do pensamento econômico**. Rio de Janeiro: Campus, 2002.

GRABBE, J. O. Chaos and fractals in financial markets - Part 2. **The Laissez Faire City Times**. v. 3, n 22, Jun. 1999.

HARTLE, T. Fibonacci Trader Product Review. **Stock & Commodities Magazine**, p. 1-15. Nov. 1997

HAYASHI, A. D. Aplicação dos fractais ao mercado de capitais utilizando-se as Elliott Waves. 2002. 132 f. **Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção**, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2002

HOPF, E. Statistical Hydromechanics and Functional Calculus. **Journal Rat. Mechanics**. Anal 1, p. 87-123, 1952

HULL, J. **Introdução aos Mercados Futuros e de Opções**. 2 ed. São Paulo: Bolsa de Mercadoria & Futuros / Cultura Editores Associados, 1996.

JIN, H.; FRECHETTE, D.L. Fractal Geometry in Agricultural Cash Price Dynamics. **Annual Meeting of the American Agricultural Economics Association**, Long Beach, 2002.

- KARAS, E.; SERRA, C. P. **Fractais gerados por sistemas dinâmicos complexos.** Curitiba: Champagnat, 1997
- KOLMOGOROV, A. N.; FOMIN, S. W.. An elements of the theory of functions and the functional analysis. **Science**, Moscow. 1968
- KRAUSZ, R. New Gann Swing Chartist Dynamic Fibonacci Channels. **Fibonacci Trader Journal**, vol. 1, pp. 1-8. 1998
- LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. **Mechanics (Volume 1 of A Course of Theoretical Physics)**. Pergamon Press. 1969
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Fundamentos de metodologia científica**. 6. ed. 5. reimp. São Paulo: Atlas. 2007.
- LARRAIN, M. Testing Chaos and Nonlinearities in T-Bill Rates. **Financial Analysts Journal**. New York, v. 47, n. 5. Set/Out, 1991.
- LEBARON, B. Technical trading rules and regime shifts in foreign exchange. **Working paper**. University of Wisconsin-Madison. 1990
- LIU, W; ZHENG, W.A. Stochastic volatility model and technical analysis of stock price. **Acta Mathematica Sinica**. English Series, vol. 27, pp. 1283–1296. Jun. 2011
- LO, A. W.; MACKINLAY, A. C. **A Non-Random Walk Down Wall Street**. Princeton University Press. 1999. 448 p.
- LORENZ, E. N. Deterministic non-periodic flow. **Journal of the Atmospheric Sciences**, Massashussetts, v. 20, p. 141, Jan. 1963. Disponível em <<http://www.astro.puc.cl/~rparra/tools/PAPERS/lorenz1962.pdf>>. Acesso em 20 de Setembro de 2016.
- LUQUET, M. **Guia valor econômico de finanças pessoais**. São Paulo: Globo, 2000.
- MACIEL, L.; SILVEIRA, R. L. F.; LUNA, I.; BALLINI, R. Impacto dos contratos futuros do Ibovespa na volatilidade dos índices de ações no Brasil: uma análise na crise do subprime. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 42, n. 4, p. 801-825, Dez. 2012.
- MANDELBROT, B. The variation of certain speculative prices. **The Journal of Business**. v. 36, n. 4, p.394, Out. 1963.
- \_\_\_\_\_, B. **The fractal geometry of nature**, San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1983.
- \_\_\_\_\_, B. **Fractals and scale in finance: discontinuity, concentration, risk**. New York: Springer, 1997.
- \_\_\_\_\_, B. HUDSON R. **The (mis) behavior of markets**. New York: Basic Books, 2004.
- MARQUEZI, D. Eduard Norton Lorenz, o criador da teoria do caos. **Época**. Disponível em <<http://revistaepoca.globo.com/Revista/Epoca/0,,EMI3471-15228,00.html>>. Acesso em 20 de Setembro de 2016.
- MARTINS, L. **Análise técnica para ações e mini contratos**. Disponível em <<http://edumoraes.trade/wp-content/uploads/2016/12/eBookPontaoPonto-ANALISETÉCNICAPARAAÇÃOSESEMINICONTRATOS.pdf>>. Acesso em 25 de Novembro de 2016

MATHEMATICS. **Web Site Mathematics of Planet Earth.** Disponível em <<http://mpe.dimacs.rutgers.edu/2013/10/18/thinking-of-trees>>. Acesso em 12 de Outubro de 2016.

MATSURA, E. **Comprar ou Vender ? : Como investir na Bolsa utilizando Análise Gráfica.** São Paulo: Saraiva. 5ed. 124 p. 2007

MATTOS FILHO, A. O. A natureza jurídica das atividades das Bolsas de Valores. **Rev. Adm. Empres.** Rio de Janeiro. v.1, p. 5-15, Jan./Mar. 1986. Disponível em <<http://www.scielo.br/pdf/rae/v26n1/v26n1a01.pdf>>. Acesso em 18 de Agosto de 2016.

MOREIRA, R. L. Fractais. 2013. 81 f. **Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática),** Universidade Federal do ABC, Santo André. 2013

MÜLLER, U. A.; DACOROGNA, M. M.; DAV, R. D.; PICTET, O. V.; OLSEN, R. B.; WARD, J. R. Fractals and intrinsic time: a challenge to econometricians. In XXXIX th 15 International Conference of the Applied Econometrics Association (AEA), 1993, Luxembourg. **Anais.** Luxembourg, 1993.

NAPOLITANO, R. J. Notas de aula do curso **Introdução a Econofísica**, Ministrado na Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011. Disponível em: <<http://www.ifsc.usp.br/~reginaldo/html/aulas.html>>. Acesso em 10 de Agosto de 2016.

NEELY, G. **Mastering Elliott wave.** Version 2.0. New York: Windsor Books, 1990.

NORMANDO, D.; TJADERHANE, L.; QUINTÃO, C. C. A. A escolha do teste estatístico – um tutorial em forma de apresentação em PowerPoint. **Dental Press J. Orthod.** Rio de Janeiro, v. 15, n. 1, p. 101 - 106, Jan./Feb. 2010

OSBORNE, M. F. M. Brownian motion in the stock market. **Operations Research**, Washington, v. 7, n. 2, p. 145-173, Mar/Apr. 1959. Disponível em <<http://m.emh.org/Osbo59.pdf>>. Acesso em 10 de Agosto de 2016.

PALLADINO, B. **Na Onda das Ações.** São Paulo: Saraiva, 2008.

PAPADAMOU, S.; TSOPOGLOU, S., Investigating the profitability of technical analysis systems on foreign exchange markets. **Managerial Finance**, vol. 27, pp. 63-78. 2001

PARETS, J. C. **Importance of Japanese Candlesticks.** Disponível em <<https://marketfy.com/content/56270-importance-of-japanese-candlesticks>>. Acesso em 15 de Setembro de 2016

PEITGEN, H.; JÜRGENS, H.; SAUPE, D. **Chaos and fractals, new frontiers of science.** New York, Springer Verlag, 1992.

PETERS, E. E. Fractal Structure in the Capital Markets. **Financial Analysts Journal.** v.45, n.4, p.32, Jul/Ago. 1989.

PINHEIRO, J. L. **Mercado de capitais: fundamentos e técnicas.** 2 ed. São Paulo: Atlas, 328 p. 2002

PINTEREST. **Web Site Pinterest. O catálogo mundial de ideias.** Disponível em <<https://br.pinterest.com/pin/473933560769313414/>>. Acesso em 12 de Outubro de 2016.

PLUMMER, T. **Forecasting Financial Markets: The Psychological Dynamics of Successful Investing.** 3rd Edition. Boston, MA, Kogan Page Inc. 1989

POINCARÉ, H. **Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste I.** Paris: Gauthier-Villars, 1890.

PORTAL DO INVESTIDOR, **Web Site Portal do Investidor - O Mercado de Valores Mobiliários.** Disponível em <[http://www.portaldoinvestidor.gov.br/menu/Menu\\_Investidor/introducao\\_geral/introducao\\_mercado.html](http://www.portaldoinvestidor.gov.br/menu/Menu_Investidor/introducao_geral/introducao_mercado.html)>. Acesso em 15 de Agosto de 2016.

PRECHTER, R. R.; FROST, A. J. **Elliott wave principle.** Georgia: New Classics Library, 2000.

RABELO JUNIOR, T. S.; IKEDA, R. H. Mercados eficientes e arbitragem: um estudo sob o enfoque das finanças comportamentais. **Rev. contab. finanç.**, São Paulo, v. 15, n. 34, p. 97-107, Apr. 2004. Disponível em <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1519-70772004000100007&lng=en](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1519-70772004000100007&lng=en)>. Acesso em 04 de Setembro de 2016.

REITZ, S. On the predictive content of technical analysis. **North American Journal of Economics and Finance**, vol. 17, pp. 121–137. Mar. 2005

RICHARDS, G. R. The fractal structure of exchange rates: measurement and forecasting. **Journal of International Financial Markets, Institutions & Money**. v.10, p. 163-180, Jun. 2000.

\_\_\_\_\_. A Fractal forecasting model for financial time series. **Journal of Forecasting**. Sprint, n. 23, p.587-602, Nov. 2004.

ROBERTS, H. V. Stock market “patterns” and financial analysis: methodological suggestions. **The Journal of Finance, The American Finance Association**, New York. v. 14, n. 1, p. 1-10, Mar. 1959.

RUBASH, K. **A Study of Option Pricing Models.** Bradley University, Foster College of Business Administration, Peoria, Illinois, USA, 2001. Disponível em <<http://bradley.bradley.edu/~arr/bsm/model.html>>. Acesso em 18 de Agosto de 2016.

RUELLE, D. **Chance and chaos.** Princeton: Princeton University Press, 1991.

RUELLE, D.; TAKENS, F. On the nature of turbulence. **Comunication On Mathematical Physics**. no 3, p. 167-192. 1971. Disponível em <[http://projecteuclid.org/download/pdf\\_1/euclid.cmp/1103857186](http://projecteuclid.org/download/pdf_1/euclid.cmp/1103857186)>. Acesso em 10 de Agosto de 2016.

SALINAS, R. A. S. Einstein e a teoria do movimento browniano. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. São Paulo, v. 27, n. 2, p. 263 - 269, Mai. 2005

SAMUELSON, P. A. **Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly, Industrial Management.** Review 6:2, Pro Quest Information and Learning Company, Massachusetts, 1965.

SILVA, E. L., MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.** 3 ed. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância, 2001.

SMALE, S. **Differentiable Dynamical Systems.** Bull. Amer. Math. Soc, 1967

STEWART, I. **DieuJone – T – Il dés? Les mathématiques du chaos.** 2 mé, Paris: Flammarion, 1988.

VIANA, M. **Atratores Estranhos de Lorenz**. Rio de Janeiro, Disponível em <<http://w3.impa.br/~viana/out/ael.pdf>> Acesso em 15 de Julho de 2016.

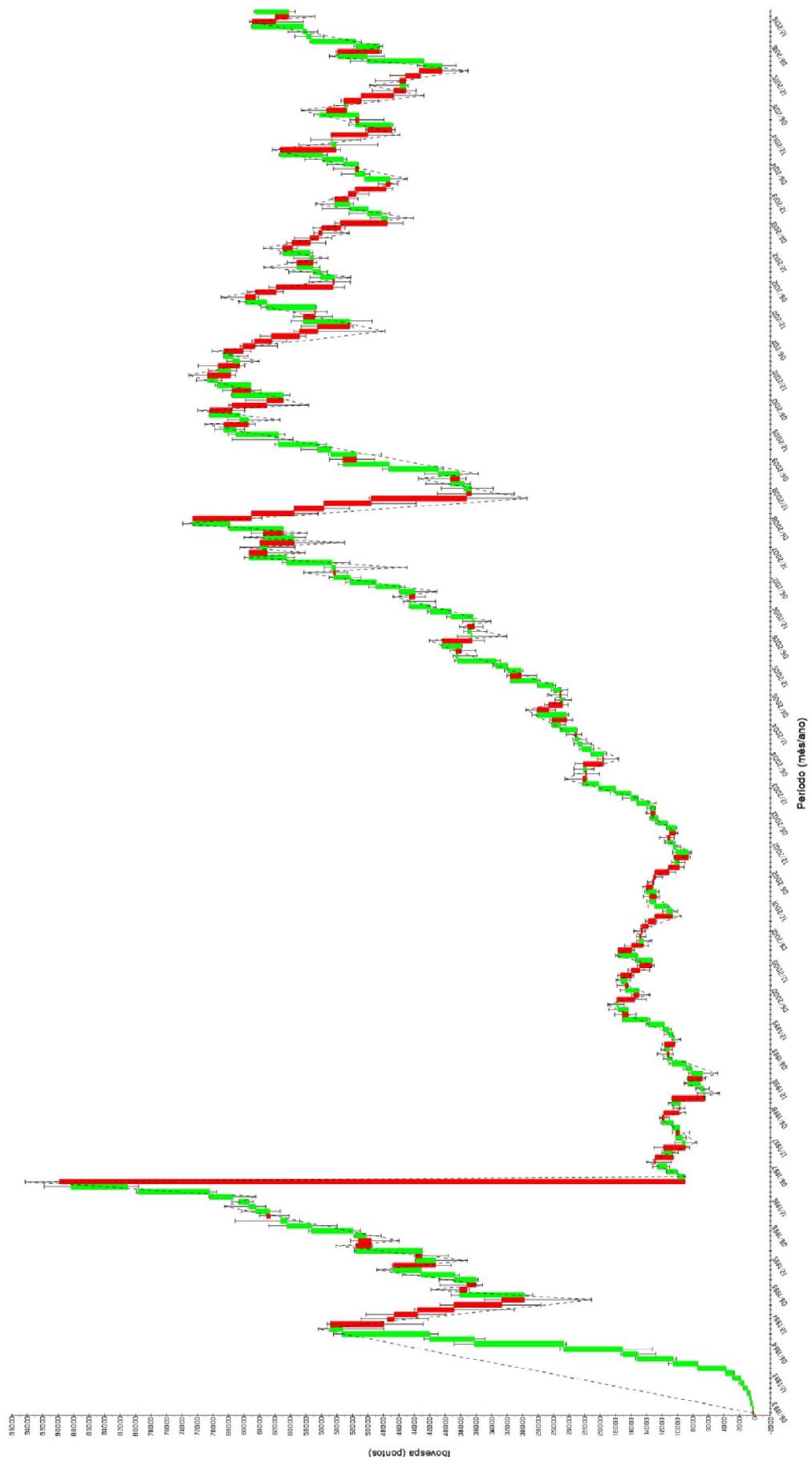
VOLNA, E.; KOTYRBA, M.; JARUSEK, R. Multi-classifier based on Elliott wave's recognition. **Computers & Mathematics with Applications**. v. 66, n. 2, p. 213-225, Ago. 2013

WIERSEMA, U. F. **Brownian Motion Calculus**, John Wile y & Sons, Inc., 2008. 330 p.

YAHOO, **Web Site Yahoo Finanças: IBOVESPA (^BVSP)**. Disponível em: <<https://br.financas.yahoo.com/q/hp?s=%5EBVSP>>. Acesso em 31 de Janeiro de 2017

YAMAMOTO, R. Intraday technical analysis of individual stocks on the Tokyo Stock Exchange. **Journal of Banking & Finance**, vol. 36, pp.3033–3047, Nov 2012.

ZAHN, M. **Sequência de Fibonacci e o Número do Ouro**, Bagé: Ciência Moderna. 2011

**Apêndice A - Gráfico de candles mensal de Maio de 1993 a Janeiro de 2017**

## Apêndice B - Script de detecção das Ondas de Elliott mensais

Script PHP para geração do gráfico de candles mensal, utilizando-se da biblioteca pChart.

```

<?php
    include("../class/pData.class.php");
    include("../class/pDraw.class.php");
    include("../class/pImage.class.php");
    include("../class/pStock.class.php");
    include("ClassElliott.php");

    /** Instancia a classe de detecção das Ondas de Elliott */
    $Elliott = new ClassElliott();

    /** Carrega o arquivo CSV com os dados mensais e prepara os arrays */
    $fileData = file("{ARQUIVO COM DADOS MENSAIS}");
    $historicalFileData = array_reverse($fileData);
    $arrayData = array();
    $arrayPeriod = array();
    $numData = count($historicalFileData);
    for($i=0; $i < ($numData-1); $i++){
        list($period, $open, $high, $low, $close, $volume, $adjust) = explode(", ", $historicalFileData[$i]);
        list($y, $m, $d) = explode("-", $period);
        $arrayPeriod = array_merge($arrayPeriod, array($m."/".$y));
        array_push($arrayData, array("period" => (($i == 0|| $m % 3 == 0) ? $m."/".$y : ""), "open" => $open,
                                      "high" => $high, "low" => $low, "close" => $close));
    }
    $arrayValleysAndPeaks = $Elliott->getValleysAndPeaks($arrayData);
    $arrayElliott = $Elliott->getElliottWaves($arrayValleysAndPeaks, $arrayPeriod);
    $arrayOpen = array();
    $arrayHigh = array();
    $arrayLow = array();
    $arrayClose = array();
    $arrayAbscissa = array();
    $dataChart = new pData();
    foreach($arrayData as $candle){
        $arrayOpen = array_merge($arrayOpen, array($candle['open']));
        $arrayHigh = array_merge($arrayHigh, array($candle['high']));
        $arrayLow = array_merge($arrayLow, array($candle['low']));
        $arrayClose = array_merge($arrayClose, array($candle['close']));
        $arrayAbscissa = array_merge($arrayAbscissa, array($candle['period']));
    }
    $dataChart->addPoints($arrayValleysAndPeaks, "Valleys/Peaks");
    $dataChart->addPoints($arrayAbscissa, "Period");
    $dataChart->addPoints($arrayOpen, "Open");
    $dataChart->addPoints($arrayHigh, "Max");
    $dataChart->addPoints($arrayLow, "Min");
    $dataChart->addPoints($arrayClose, "Close");
    $dataChart->setSerieTicks("Valleys/Peaks", 6);
    $dataChart->setPalette("Valleys/Peaks", array("R"=>32,"G"=>32,"B"=>32));
    $dataChart->setAbscissa("Period");

    /** Prepara o gráfico e seta os parâmetros para impressão */
    $picture = new pImage(4500, 650, $dataChart);
    $picture->setFontProperties(array("FontName"=>"./fonts/Forgotte.ttf", "FontSize"=>11));
    $picture->setGraphArea(60,60,4480,620);
    $picture->drawScale(array("DrawSubTicks"=>TRUE, "CycleBackground"=>TRUE, "LabelRotation" => 30));
    $stockChart = new pStock($picture, $dataChart);

    /** Imprime o gráfico de candles e linhas na imagem de saída */
    $stockChart->drawStockChart();
    $dataChart->setSerieDrawable("Open",FALSE);
    $dataChart->setSerieDrawable("Close",FALSE);
    $dataChart->setSerieDrawable("Max",FALSE);
    $dataChart->setSerieDrawable("Min",FALSE);
    $config = array("BreakVoid"=>FALSE, "VoidTicks" => 6, "BreakR"=>32, "BreakG"=>32, "BreakB"=>32);

    /** Imprime o gráfico na tela */
    $picture->autoOutput("pictures/example.drawStockChart.png");
?>

```

## Apêndice C - Script de detecção das Ondas de Elliott diárias

Script PHP para geração do gráfico de candles diárias, utilizando-se da biblioteca pChart.

```

<?php
    include("../class/pData.class.php");
    include("../class/pDraw.class.php");
    include("../class/pImage.class.php");
    include("../class/pStock.class.php");
    include("ClassElliott.php");

    /** Instancia a classe de detecção das Ondas de Elliott */
    $Elliott = new ClassElliott();

    /** Carrega o arquivo CSV com os dados mensais e prepara os arrays */
    $fileData = file("{ARQUIVO COM DADOS DIARIOS}");
    $historicalFileData = array_reverse($fileData);
    $arrayData = array();
    $arrayPeriod = array();
    $numData = count($historicalFileData);
    $periodStart = "DATA DO INÍCIO DO PERÍODO A SER ANALISADO - FORMATO AAAA-MM-DD";
    $periodEnd = " DATA DO FINAL DO PERÍODO A SER ANALISADO - FORMATO AAAA-MM-DD ";
    for($i=0; $i < ($numData-1); $i++){
        list($period, $open, $high, $low, $close, $volume, $adjust) = explode(" ", $historicalFileData[$i]);
        list($y, $m, $d) = explode("-", $period);
        if(strtotime($periodStart) <= strtotime($period) && strtotime($periodEnd) >= strtotime($period)){
            $arrayPeriod = array_merge($arrayPeriod, array($d."/".$m."/".$substr($y, 2, 2)));
            array_push($arrayData, array("period" => (($i == 0 || $i % 5 == 0) ? $d."/".$m."/".$substr($y, 2, 2) : ""),
                                         "open" => $open, "high" => $high, "low" => $low, "close" => $close));
        }
    }
    $arrayValleysAndPeaks = $Elliott->getValleysAndPeaks($arrayData);
    $arrayElliott = $Elliott->getElliottWaves($arrayValleysAndPeaks, $arrayPeriod);
    $arrayOpen = array();
    $arrayHigh = array();
    $arrayLow = array();
    $arrayClose = array();
    $arrayAbscissa = array();
    $dataChart = new pData();
    foreach($arrayData as $candle){
        $arrayOpen = array_merge($arrayOpen, array($candle['open']));
        $arrayHigh = array_merge($arrayHigh, array($candle['high']));
        $arrayLow = array_merge($arrayLow, array($candle['low']));
        $arrayClose = array_merge($arrayClose, array($candle['close']));
        $arrayAbscissa = array_merge($arrayAbscissa, array($candle['period']));
    }
    $dataChart->addPoints($arrayValleysAndPeaks, "Valleys/Peaks");
    $dataChart->addPoints($arrayAbscissa, "Period");
    $dataChart->addPoints($arrayOpen, "Open");
    $dataChart->addPoints($arrayHigh, "Max");
    $dataChart->addPoints($arrayLow, "Min");
    $dataChart->addPoints($arrayClose, "Close");
    $dataChart->setSerieTicks("Valleys/Peaks", 6);
    $dataChart->setPalette("Valleys/Peaks", array("R"=>32, "G"=>32, "B"=>32));
    $dataChart->setAbscissa("Period");

    /** Prepara o gráfico e seta os parâmetros para impressão */
    $picture = new pImage(4500, 650, $dataChart);
    $picture->setFontProperties(array("FontName"=>../fonts/Forgotte.ttf, "FontSize"=>11));
    $picture->setGraphArea(60,60,4480,620);
    $picture->drawScale(array("DrawSubTicks"=>TRUE, "CycleBackground"=>TRUE, "LabelRotation" => 30));
    $stockChart = new pStock($picture, $dataChart);

    /** Imprime o gráfico de candles e linhas na imagem de saída */
    $stockChart->drawStockChart();
    $dataChart->setSerieDrawable("Open",FALSE);
    $dataChart->setSerieDrawable("Close",FALSE);
    $dataChart->setSerieDrawable("Max",FALSE);
    $dataChart->setSerieDrawable("Min",FALSE);
    $config = array("BreakVoid"=>FALSE, "VoidTicks" => 6, "BreakR"=>32, "BreakG"=>32, "BreakB"=>32);

    /** Imprime o gráfico na tela */
    $picture->autoOutput("pictures/example.drawStockChart.png");
?>

```

## Apêndice D - Classe PHP para identificação das Ondas de Elliott

Classe PHP utilizada em conjunto com os scripts de detecção mensal e diário.

```

<?php
/*
 * Classe de verificação das Ondas de Elliott Tradicionais
 * ClassElliott.php
 * Desenvolvida em: 25/09/2016
 * @author: Cledson Lodi
 */
class ClassElliott {

    /**
     * Prepara uma matriz com todos os picos e vales encontrados no array de histórico
     *
     * @param Array $arr
     * @return Array
     */
    public function getValleysAndPeaks($arr){
        $lastLevel = "low";
        $lastPoint = 0;
        $index = 0;
        $array[0] = $arr[0]['open'];
        for($i=1; $i < (count($arr)-1); $i++){
            if($arr[$i-1]['high'] <= $arr[$i]['high'] && $arr[$i+1]['high'] <= $arr[$i]['high'] && $lastLevel == "low"){
                $lastLevel = "high";
                $lastPoint = $arr[$i]['high'];
                $index = $i;
                $array[$i] = $arr[$i]['high'];
            }else if($arr[$i-1]['high'] <= $arr[$i]['high'] && $arr[$i+1]['high'] <= $arr[$i]['high']
                    && $lastLevel == "high" && $lastPoint < $arr[$i]['high']){
                $array[$index] = VOID;
                $lastPoint = $arr[$i]['high'];
                $index = $i;
                $array[$i] = $arr[$i]['high'];
            }else if($arr[$i-1]['low'] >= $arr[$i]['low'] && $arr[$i+1]['low'] >= $arr[$i]['low'] && $lastLevel == "high"){
                $lastLevel = "low";
                $lastPoint = $arr[$i]['low'];
                $index = $i;
                $array[$i] = $arr[$i]['low'];
            }else if($arr[$i-1]['low'] >= $arr[$i]['low'] && $arr[$i+1]['low'] >= $arr[$i]['low']
                    && $lastLevel == "low" && $lastPoint > $arr[$i]['low']){
                $array[$index] = VOID;
                $lastLevel = "low";
                $lastPoint = $arr[$i]['low'];
                $index = $i;
                $array[$i] = $arr[$i]['low'];
            }else{
                $array[$i] = VOID;
            }
        }
        return $array;
    }

    /**
     * Seleciona os picos e vales que caracterizem uma onda de Elliott
     *
     * @param Array $arr
     * @param Array $periods
     * @return Array
     */
    public function getElliottWaves($arr, $periods){
        $arrayElliott = array();
        for($i=0; $i < count($arr); $i++){
            $startWave = $endWave01 = $endWave02 = $endWave03 = $endWave04 = $endWave05 = 0;
            $prdStartWave = $prdWave01 = $prdWave02 = $prdWave03 = $prdWave04 = $prdWave05 = "";
            if($arr[$i] != VOID){
                $startWave = $arr[$i];
                $prdStartWave = $periods[$i];
                for($j=($i+1); $j < count($arr); $j++){
                    if($arr[$j] != VOID){

```

```

if($endWave01 == 0){
    $endWave01 = $arr[$j];
    $prdWave01 = $periods[$j];
}else if($endWave02 == 0 && $endWave01 != 0){
    $endWave02 = $arr[$j];
    $prdWave02 = $periods[$j];
}else if($endWave03 == 0 && $endWave02 != 0){
    $endWave03 = $arr[$j];
    $prdWave03 = $periods[$j];
}else if($endWave04 == 0 && $endWave03 != 0){
    $endWave04 = $arr[$j];
}else if($endWave05 == 0 && $endWave04 != 0){
    $endWave05 = $arr[$j];
    $prdWave05 = $periods[$j];
}
}
}
}
if($this->isElliottWave($startWave, $endWave01, $endWave02, $endWave03, $endWave04, $endWave05)){
    array_push($arrayElliott, array("startWave" => $startWave, "prdStartWave" => $prdStartWave,
                                    "endWave01" => $endWave01, "prdWave01" => $prdWave01,
                                    "endWave02" => $endWave02, "prdWave02" => $prdWave02,
                                    "endWave03" => $endWave03, "prdWave03" => $prdWave03,
                                    "endWave04" => $endWave04, "prdWave04" => $prdWave04,
                                    "endWave05" => $endWave05, "prdWave05" => $prdWave05));
}
}
return $arrayElliott;
}

/**
 * Método para identificação das ondas de Elliott
 * O padrão inicia com uma subida do índice (onda 1), seguido por uma compensação (onda 2), seguido por outra subida
 (onda 3), seguido de uma nova compensação (onda 4), e,
 * finalmente, seguido pela subida final do índice (onda 5).
 * Observações a respeito do movimento:
 * A onda 1 começa em um vale
 * A onda 2 não pode cair mais do que o valor de início da onda 1 e deve seguir os padrões de retração de Fibonacci
 * A onda 3 nunca pode ser a onda mais curta, e, deve ter, no mínimo, a amplitude da onda 1
 * A onda 4 não pode retrair mais que o valor final da onda 1
 * A onda 5 não precisa atingir o pico além do valor final da onda 3
 * A onda 1 pode iniciar em um pico, para tal, aplicam-se os padrões invertidos.
 *
 * @param integer $startWave
 * @param integer $endWave01
 * @param integer $endWave02
 * @param integer $endWave03
 * @param integer $endWave04
 * @param integer $endWave05
 * @return boolean
 */
public function isElliottWave($startWave, $endWave01, $endWave02, $endWave03, $endWave04, $endWave05){
    $isElliott = false;
    // Considerando o início da onda em um vale
    if($startWave < $endWave01 && $endWave01 > $endWave02 && $endWave02 < $endWave03
       && $endWave03 > $endWave04 && $endWave04 < $endWave05){
        // Identifica se a onda 2 atende as condições para ser uma Onda de Elliott
        if($startWave < $endWave02 && $this->isFibonacci($startWave, $endWave01, $endWave01, $endWave02)){
            // A onda 3 não pode ter amplitude inferior a onda 1
            if(($endWave03 - $endWave02) >= ($endWave01 - $startWave)){
                // A onda 4 não pode retrair mais que o valor final da onda 1
                if($endWave04 > $endWave01){
                    $isElliott = true;
                }
            }
        }
    }
    // Considerando o início da onda em um pico
    if($startWave > $endWave01 && $endWave01 < $endWave02 && $endWave02 > $endWave03
       && $endWave03 < $endWave04 && $endWave04 > $endWave05){
        // Identifica se a onda 2 atende as condições para ser uma Onda de Elliott
        if($startWave > $endWave02 && $this->isFibonacci($startWave, $endWave01, $endWave01, $endWave02)){
            // A onda 3 não pode ter amplitude inferior a onda 1
            if(($endWave02 - $endWave03) >= ($startWave - $endWave01)){
                // A onda 4 não pode retrair mais que o valor final da onda 1
            }
        }
    }
}

```

```
        if($endWave04 < $endWave01){
            $isElliott = true;
        }
    }
}
return $isElliott;
}

/**
 * Realiza o cálculo baseado nos valores de Fibonacci
 * O recuo da onda de compensação 2 deve estar dentro dos padrões de Expansão de Fibonacci (23,6, 38,2%, 50%, 61,8%)
 * Margem de erro de 5% e arredondamento em 2 casas decimais da diferença entre a variação da onda 2 e a variação
 * da onda 1
 *
 * @param type $point01
 * @param type $point02
 * @param type $point03
 * @param type $point04
 * @return boolean
 */
public function isFibonacci($point01, $point02, $point03, $point04){
    $isFibonacci = false;
    $diff = round(abs(($point04 - $point03)/($point02 - $point01)), 2);
    $arrayFibonacci = array(0.236, 0.382, 0.50, 0.618);
    foreach($arrayFibonacci as $ratio){
        if((($ratio - 0.05) <= $diff && ($ratio + 0.05) >= $diff){
            $isFibonacci = true;
        }
    }
    return $isFibonacci;
}
}

?>
```